

Aplicación de una RNA a Parámetros de NURBS

Sandra P. MATEUS

Facultad de Ingenierías, Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid
Medellín, Antioquia, Colombia

Jorge E. GIRALDO

Facultad de Ingenierías, Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid
Medellín, Antioquia, Colombia

Roberto A. MANJARRÉS

Facultad de Ingenierías, Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid
Medellín, Antioquia, Colombia

RESUMEN

Este artículo está enfocado al problema del modelamiento de una superficie NURBS sobre la base de un conjunto de datos dispersos. El punto crucial del problema, es el modelamiento de los parámetros de los puntos en la superficie NURBS. Dichas superficies pueden crearse automáticamente solo en la mayoría de casos simples, pero generalmente hay que adicionar datos para crear y/o actualizar la superficie. El método utilizado, aplica una red neuronal artificial a uno de los parámetros de una NURBS para resolver este problema y dar una forma alternativa para encontrar una adecuada superficie NURBS que se ajuste a los datos.

Palabras Claves: NURBS, Modelación Geométrica, RNA Kohonen, Parámetros, Puntos de Control.

1. INTRODUCCIÓN

Las superficies NURBS son empleadas para diversas tareas entre las que está la reconstrucción de imágenes 3D y el Diseño Asistido por Computador (CAD / CAM), entre otras. La geometría de la superficie NURBS está determinada por parámetros como los puntos de control y los pesos, dependiendo de la parametrización de estos, puede existir un número infinito de superficies NURBS que ajusten dichos conjuntos. Sin embargo, el gran problema del modelado mediante NURBS está limitado, debido a que la parametrización de los datos que determinan la proximidad de una serie de puntos, es el principal inconveniente para modelar objetos con precisión.

Las RNA surgen como una posible solución para resolver los problemas de parametrización, y presentan características especiales que ayudan a la obtención de superficies a partir de puntos obtenidos. Algunas de ellas auto-organizativas como la de Kohonen, se presentan como un medio flexible de obtener la superficie deseada; gracias a sus características permiten utilizar cualquier tipo de propiedad (o incluso considerar varias propiedades a la vez) de los puntos; además que por medio de la proximidad de los objetos entre sí no permite discernir las distintas superficies solamente con base en la posición de los puntos.

El hecho, es que cada vez, se hace más necesario construir modelos desde múltiples mediciones de un objeto real, especialmente cuando la precisión geométrica de un modelo CAD no está disponible o es difícilmente obtenible. Esta necesidad se siente particularmente, cuando se trabaja con objetos de forma libre como esculturas, rostros humanos y muchas otras, que no pueden ser representadas por formas analíticas simples; lo anterior no es una tarea fácil de realizar, dado que las técnicas de modelamiento empleadas dependen del tipo de imagen en estudio y por lo general, una técnica empleada para modelar objetos de un tipo de imagen no es aplicable en otros tipos de imágenes, debido a factores como presencia o carencia de profundidad, e incluso a la naturaleza misma del dispositivo de adquisición, entre otros.

Este artículo está desarrollado de la siguiente manera: en la sección 2, se describe los antecedentes; en la sección 3, se describe la identificación y manipulación de los parámetros de las NURBS; en la sección 4, se describe la implementación de la RNA Kohonen a la NURBS; en la sección 5, se describe los experimentos y los resultados; y en la sección 6, se describen las conclusiones.

2. ANTECEDENTES

Se han realizado importantes trabajos sobre la obtención de los parámetros adecuados para obtener B - Splines a 3D dispersos. Sin embargo, la mayoría de los métodos [1-4] requieren que el usuario intervenga supervisando estos métodos, ya sea por el etiquetado de "límites" o por el dibujo de frontera en una aproximación de las curvas de la superficie.

Eck y Hoppe [5] presentaron una solución al problema anterior, haciendo una reconstrucción automática de una superficie de B - Splines de manera arbitraria. Ellos construyeron una superficie aproximada en forma de malla de un conjunto de puntos desorganizados. Estos puntos se proyectaron sobre la malla para obtener sus parámetros.

La modificación de la superficie B - Splines y las curvas NURBS basada en puntos desorganizados es un problema muy complicado, ya que usualmente no se puede obtener un sistema lineal de ecuaciones de los datos dados.

El principal problema de utilizar métodos conocidos en este último caso es que no existen valores a los puntos dados. Se puede intentar considerar esos valores como parámetros desconocidos en un problema de optimización, pero especialmente para la gran cantidad de datos, este enfoque puede dar lugar a un complejo sistema no lineal de ecuaciones con varias incógnitas [6].

Otra técnica desarrollada recientemente es el del método de la superficie base [7-9] donde los puntos están proyectados en una superficie para encontrar el valor correspondiente. El método tuvo limitaciones basadas en una serie de requisitos en términos de la creación de la superficie base [10] entre los cuales la mayor restricción fue que la proyección tenía que ser una función, es decir, no era permitida la superposición. Encontrar una superficie base que cumpliera todas las condiciones y la creación de esta superficie a menudo necesitó de algunas medidas heurísticas. Para superar estos problemas, se presentó un nuevo método fue presentado, donde una RNA fue aplicada para asignar valores a los puntos desorganizados [11-12].

Luego de tener los antecedentes que sirvan como base; se pasa al desarrollo de cada una de las variables que intervienen en el desarrollo de la investigación.

3. IDENTIFICACIÓN Y MANIPULACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LAS NURBS

Una curva NURBS Q está definida por la ecuación paramétrica (1), y similarmente por la Ec. (2) generalizando de 1 a 2 dimensiones del espacio paramétrico, para definir una superficie NURBS.

$$Q(t) = \frac{\sum_{i=0}^p B_{i,n}(t) P_i W_i}{\sum_{i=0}^p B_{i,n}(t) W_i} \quad (1)$$

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q B_{i,m}(u) B_{j,n}(v) P_{i,j} W_{i,j}}{\sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q B_{i,m}(u) B_{j,n}(v) W_{i,j}} \quad (2)$$

Donde P_i es un punto de control, W_i es el peso que está asociado a este, y $B_{i,n}$ es una función base definida recursivamente por la Ec. (3):

$$B_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$\forall k > 0, B_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k} - t_i} B_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k+1} - t}{t_{i+k+1} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}(t) \quad (3)$$

las funciones base son vectores de nodos; los valores de estos vectores son ascendentes, es decir $B = \{a_0, a_1=a_{0+1}, a_2=a_{1+1}, \dots\}$ y son de dos tipos (Ver Figura 1):

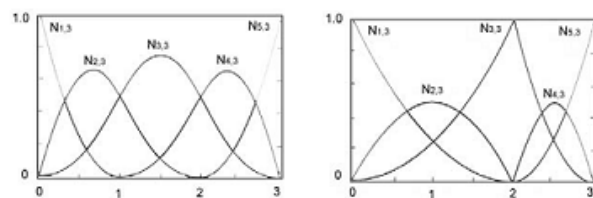


Figura 1. Vector de nodos abierto y periódico respectivamente.

- Abierto: También llamados uniformes. Presentan simetría. Ej. [0 0 1 2 2].

- Periódico: También llamados no uniformes. No presentan simetría. Ej. [0 0.28 0.5 0.72 1].

El primer nodo del vector y el último tendrán multiplicidad igual al orden para asegurar la interpolación de los extremos.

Los nodos deben de cumplir:

$$N_k = N_p + 0 \text{ con } \begin{cases} N_k = \text{Número de Knots} \\ N_p = \text{Número de Puntos} \\ o = \text{Orden} \end{cases}$$

El Grado es un número entero positivo, normalmente es 1, 2, 3 o 5 y determina el orden de una curva NURBS; siendo el orden igual al grado + 1. Se puede incrementar el grado de una curva NURBS sin cambiar la forma, lo contrario no se puede.

Los puntos de control son una lista de puntos de grado + 1 como mínimo, y tienen un número asociado denominado peso; cuando este peso es el mismo en todos los puntos de control (normalmente igual a 1) la curva se denomina racional. Además los puntos de control determinan el orden máximo de la superficie. Un punto de control sirve para dividir la curva en dos curvas de Bézier (Ver Figura 2).

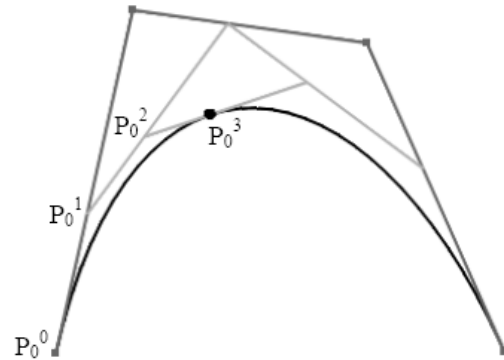


Figura 2. Polígono de control formado por los puntos de control y la curva NURBS.

Propiedades de las NURBS

- Las NURBS proporcionan un control local.
- Son invariantes ante el escalado, traslación y rotación, a diferencia de representaciones como las superficies Bézier y B – Splines que si son sensibles ante estos factores.
- Las superficies NURBS pueden ser usadas para definir con exactitud superficies cuadráticas, tales como esferas y elipsoides, formas que son comunes en objetos de forma libre.

Restricciones de las NURBS

- La suma de las funciones base de superficies racionales para cualquier valor U, W es Ec. (4):

$$\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} S_{i,j}(U, W) \cong 1 \quad (4)$$

- Cada función base de superficie racional es positiva o cero para todos los valores parámetros de U, W ; tal que $S_{i,j} \geq 0$.
- Excepto para $k=1$, cada función base de superficie racional tiene precisamente un máximo.

- El orden máximo posible de una superficie racional B-Splines en cada dirección paramétrica es igual al número de puntos de control en cada dirección.
- La influencia de un simple punto de control está limitado por el espacio $\pm k/2$, en cada dirección paramétrica.
- Para $h_{ij} \geq 0$ para todo i,j ; la superficie queda dentro de la corteza convexa de los puntos de control formados por la unión de todas las cortezas convexas de los puntos de control vecinos K .

Influencia de los Pesos en los Puntos de Control

Una superficie NURBS está completamente determinada por sus puntos de control P_{ij} , lo cual implica, que la superficie cambia de manera predecible conforme lo indican estos. A esto se le conoce como la propiedad de soporte local y permite que el movimiento de un punto de control sólo afecte la superficie localmente. La principal dificultad en aplicaciones de ajuste es encontrar una parametrización adecuada y escoger automáticamente el número de puntos de control y sus posiciones para definir la topología de la superficie (Ver Figura 3).

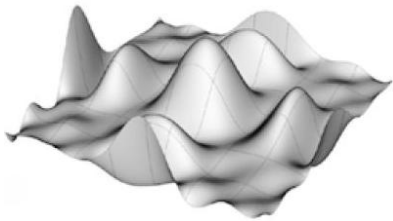


Figura 3. Superficie NURBS controlada por sus puntos de control

Los factores de peso W_{ij} de la superficie NURBS juegan un papel muy importante en el proceso de ajuste, dado que son estos los que determinan que tanto influye localmente un punto en la topología de la superficie. Generalmente, los pesos de los puntos de control de una superficie NURBS se asignan de manera homogénea e iguales a 1, reduciéndose ésta a su caso particular conocido como superficie B-Splines, la cual está limitada en la representación de superficies arbitrariamente curvadas y superficies cónicas.

Intuitivamente, cuanto mayor sea el peso de un punto de control, mayor será la atracción que el punto ejerce sobre la curva. El incremento (o decremento) de un peso produce una aproximación (o un alejamiento) del punto de control asociado. Un peso de valor unidad, no modifica la curva respecto a la no racional. Con pesos mayores de uno, se acerca la curva al punto de control. Con valores menores de uno, la curva se aleja con límite la línea recta que une los puntos de control anterior y siguiente. No se trabaja con pesos negativos. La modificación conjunta de pesos y puntos de control permite modificaciones locales de las curvas y superficies.

4. IMPLEMENTACIÓN DE LA RNA A LOS PUNTOS DE CONTROL DE LA NURBS

Una de las misiones en una red neuronal consiste en simular las propiedades observadas en los sistemas neuronales biológicos a través de modelos matemáticos recreados mediante mecanismos. El objetivo es conseguir que las máquinas den respuestas similares a las que es capaz de dar el cerebro que se caracterizan por su generalización y su robustez [14].

En el caso de la presente investigación las RNA se relacionan a los pesos en los puntos de control que las NURBS necesitan para ajustarse a una geometría dada; dependiendo del aprendizaje de las redes neuronales y los datos de entrada, se dará una salida inteligente. Las RNA están compuestas de un gran número de elementos de procesamiento altamente interconectados (neuronas) trabajando al mismo tiempo para la solución de problemas específicos. Las RNA, tal como las personas, aprenden de la experiencia; en cualquier caso, se trata de una forma de computación que es capaz de manejar las imprecisiones que aparecen cuando se trata de resolver problemas relacionados con el mundo real (reconocimiento de formas, toma de decisiones, etc.), ofreciendo soluciones robustas y de fácil implementación. Las RNA han sido entrenadas para la realización de funciones complejas en varios campos de aplicación. Hoy en día pueden ser entrenadas para la solución de problemas que son difíciles para sistemas computacionales comunes o para el ser humano.

RNA Kohonen

Las Redes de Kohonen (o Mapas Auto-organizativos) son una red neuronal no supervisada, competitiva, distribuida de forma regular en una rejilla de, normalmente, dos dimensiones, cuyo fin es descubrir la estructura subyacente de los datos introducidos en ella. A lo largo del entrenamiento de la red, los vectores de datos son introducidos en cada neurona y se comparan con el vector de pesos característico de cada neurona. La neurona que presenta menor diferencia entre su vector de peso y el vector de datos es la BMU (Best Matching Unit - también conocida como neurona ganadora) y ella y sus vecinas verán modificados sus vectores de pesos. Éste tipo de topología, pertenece a la categoría de las redes competitivas o mapas de auto organización, es decir, aprendizaje no supervisado. Poseen una arquitectura de dos capas (entrada-salida) (una sola capa de conexiones), funciones de activación lineales y flujo de información unidireccional (son redes en cascada).

Se define el índice de vecindad ϕ como la distancia, entre una neurona tomada como centro hasta las neuronas más alejadas que se consideren pertenecientes al entorno válido. El índice de vecindad de una neurona no está limitado a ningún valor. Se debe considerar que a pesar que el vector de peso de la ganadora es el más próximo al vector de entrada, los vectores de peso de las neuronas dentro de la vecindad de la ganadora pueden apuntar hacia cualquier parte.

Las conexiones entre las dos capas de la red dependen de los pesos, en este caso, se iniciaron los pesos con unos valores aleatorios dentro de los rangos $[-1, 1]$ y $[0,1]$. Después de tener la conexión entre las dos capas, los pesos, se pasa a buscar la neurona ganadora; para determinar la neurona ganadora hay dos posibilidades: 1. Determinar la distancia existente entre los pesos y el vector de entrada. 2. Determinar la distancia entre una neurona y su vecina. Para el ajuste de los pesos se tuvo en cuenta dos aspectos:

i) Si la neurona es la neurona ganadora, los pesos de la neurona vecina se ajustan de acuerdo a la Ec. (5):

$$W_{i+1,j+1} = W_{i,j} + a(t)[x(t) - W_{i,j}] \quad (5)$$

donde W son los pesos; a es un valor determinado como la diferencia de 1 menos la iteración sobre el número de datos de entrada.

ii) Si la neurona no es la neurona ganadora, los pesos de la neurona vecina tomarán el valor de dicha neurona (Ver Ec. 6).

$$W_{i+1,j+1} = W_{i,j} \quad (6)$$

5. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Al modificar la posición de un punto de control, se produce una modificación local de la superficie. La zona afectada por dicha modificación vendrá dada por el grado de la superficie y de la situación de los otros puntos de control, si se mantienen inalterados los vectores de nodos; es decir, se puede realizar una modificación en un área reducida insertando filas y columnas de puntos de control alrededor de la zona donde se vaya a trabajar, y posteriormente, desplazando los puntos que sean necesarios. Al insertar nuevos puntos de control, la curva no varía; sin embargo, al eliminar puntos de control se producen variaciones en la curva, pudiendo llegar a ser la curva resultante muy diferente de la curva inicial.

Después de realizar cada una de las pruebas necesarias para el desarrollo de esta investigación, se pasó a la etapa de implementar los valores al parámetro de la NURBS escogido; este caso el parámetro son los puntos de control. El valor en relación con los puntos de control, es la distancia, ya que esta determina la proximidad y el control que tiene un punto sobre otros alrededor de este.

El cambio en los valores de los pesos de los puntos de control de una NURBS, afecta en general, a la forma de la curva. En si el incremento en el punto de control tiende a atraer la curva hacia ese punto (Ver Figuras 4 y 5).

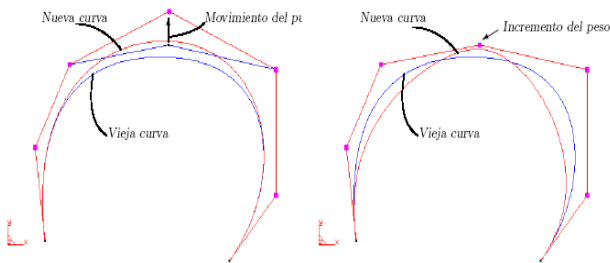


Figura 4. Movimiento punto de control – Incremento del peso del punto de control

Teniendo en cuenta las Figura 4 del lado izquierdo y en la Figura 5 superior se observa, que se realizó el movimiento de un punto de control y como resultado se obtiene una nueva curva con una superficie más amplia; en las Figura 4 del lado derecho y en la Figura 5 inferior, se realizó un aumento en el valor del peso del punto de control y como resultado se obtiene que el punto de control atrae hacia él la curva.

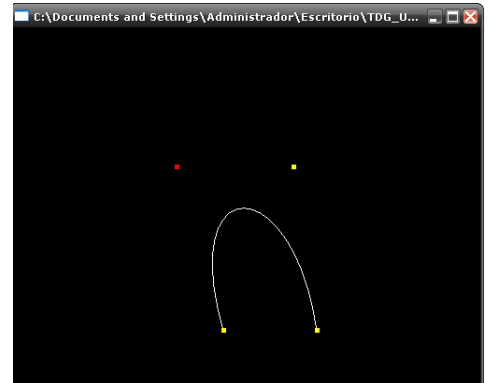
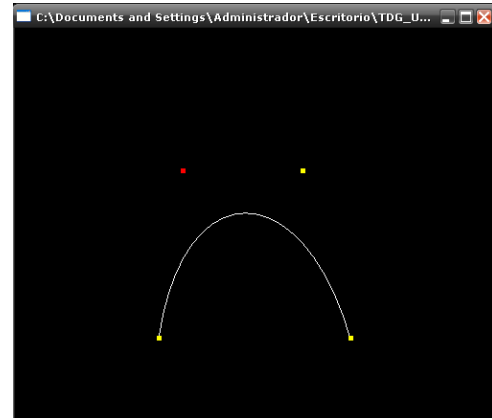


Figura 5. Movimiento e incremento de los pesos en los puntos de control

En las Figura 6 se muestran las curvas NURBS obtenidas con los valores de distancia alterados, llegando a un resultado final que concluya que red arroja el dato más adecuado para el parámetro elegido. El número de puntos de control está determinado por el número de neuronas de salida en Kohonen.

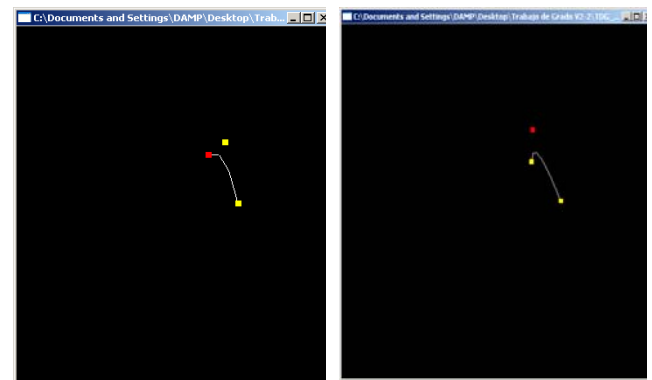


Figura 6. Curva NURBS obtenidas con Kohonen alterando los pesos de los puntos de control

Los datos para los puntos de control obtenidos con Kohonen son los de la Tabla 1.

Nro.	Valor Distancia.
1	0.493473
2	2.95398
3	9.18769

Tabla 1. Datos de distancia de la Red Kohonen

En la Figura 6 izquierda, se observa la NURBS con el dato inicial del punto de control seleccionado y en la Figura 6 derecha se tiene la NURBS después del movimiento del punto de control seleccionado; al contrario que en el caso anterior, acá se observa que al modificar el valor del punto de control, no solo modifica el propio segmento de curva, sino que también modifica la curva NURBS en general.

6. CONCLUSIONES

La importancia de los puntos de control radica en que estos determinan la forma de la curva. Los puntos de control pueden tener cualquier dimensión. Estos son realmente importantes en programas de procesamiento de imágenes para ajustar la forma de las curvas. Los puntos de control además son usados abundantemente en la elaboración de modelos 3D. Otra importancia de los puntos de control; es que estos estando afuera de la curva, actúan como imanes tirando la curva hacia ellos mismos y al mover unos de estos la curva cambia de forma y dar cabida a la nueva ubicación y debido a esto el valor de los puntos de control puede ser modificado de acuerdo a la conveniencia.

Como trabajo futuro, se recomienda realizar un estudio donde se pueda implementar una RNA en las NURBS en un espacio tridimensional, que permita el modelado de objetos tridimensionales. Posteriormente del estudio, se podría pensar en el desarrollo de una herramienta que permita el manejo de objetos 3D y si es la necesidad poder corregir distorsiones, por medio de la aproximación de puntos a través de una RNA.

7. REFERENCIAS

- [1] J. ShuErmann, "Pattern Classification: A Unified View of Statistical and Neural Approaches," Wiley Interscience, 1996.
- [2] X. Lin et al., "Adaptive Confidence Transform Based Classifier Combination for Chinese Character Recognition", Pattern Recognition Letters, vol. 19, no. 10, 1998, pp. 975-988.
- [3] D. Bouchaffra, V. Govindaraju, and S.N. Srihari, "A Methodology for Mapping Scores to Probabilities", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 21, no. 9, 1999, pp. 923-927.
- [4] R.O. Duda and P.E. Hart, "Pattern Classification and Scene Analysis", Wiley Interscience, 1973.
- [5] C.H. Tung, H.-J. Lee and J.-Y. Tsai, "Multi-Stage Pre-Candidate Selection in Handwritten Chinese Character Recognition Systems", Pattern Recognition, vol. 27, no. 8, 1994, pp. 1,093-1,102.
- [6] T. Várady, R. Martin, and J. Cox, "Reverse engineering of geometric models - an introduction", Computer -Aided Design, 29, 1997, 255—268.
- [7] W. Ma, J. Kruth, "Parametrization of randomly measured points for least squares fitting of B-spline curves and surfaces", Computer-Aided Design, 27, 1995, 663—675.
- [8] W. Ma, P. He, "B-spline surface local updating with unorganized points", Computer-Aided Design, 30, 1998, 853—862.
- [9] L. Piegl, W. Tiller, "Parametrization for surface fitting in reverse engineering", Computer-Aided Design, 33, 2001, 593—603.
- [10] Hoffmann M., Várady L.: Free-form Surfaces for Scattered Data by Neural Networks, Journal for Geometry and Graphics, 2, 1998, 1—6.
- [11] A. Iglesias, A., Gálvez, "Applying functional networks to fit data points from B-spline surfaces", in: Magnenat-Thalmann, N. et al. (eds.): Proc. of the Computer Graphics International 2001, Hong-Kong, IEEE CS-Press, 2001, 329—332.
- [12] L. Várady, M. Hoffmann, E. Kovács, "Improved free-form modelling of scattered data by dynamic neural networks", Journal for Geometry and Graphics, 3 1999, 177-183.
- [13] F. Girosi and T. Poggio. "Networks and the best approximation property". Biological Cybernetics, 1990, 63:169-176.
- [14] Iglesias, A., Gálvez, A.; Applying functional networks to fit data points from B-spline surfaces, in: Magnenat-Thalmann, N. et al. (eds.): Proc. of the Computer Graphics International 2001, Hong-Kong, IEEE CS-Press, 329—332 (2001).