

APLICACIONES DEL CONCEPTO DE DERIVADA UTILIZANDO EL PROGRAMA OPTIMIZANDO CONOCIMIENTOS

Jorge M. Saldarriaga R. *

Pedro V. Esteban D. **

Departamento de Ciencias Básicas, Universidad EAFIT
Medellín, Antioquia, Colombia

RESUMEN

El proyecto de investigación gira en torno al aprendizaje de los conceptos de máximos y mínimos vistos como aplicaciones de la derivada de funciones en una variable. En este artículo se presenta la propuesta metodológica diseñada con la ayuda del software “Optimizando Conocimientos” que le permite al alumno integrar a la solución de problemas de optimización los aspectos visuales, geométricos y operativos. Desde lo pedagógico, se trabaja a partir del diseño de guías, enmarcadas en el Aprendizaje Significativo de Ausubel, que invitan a la reflexión sobre la forma como se resuelven diversos problemas de cálculo y sus posibles generalizaciones.

Palabras clave: Enseñanza del cálculo, funciones, optimización, guías de trabajo.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Debido a la abstracción que presentan los conceptos de matemáticas, en diversas situaciones, los alumnos memorizan los conceptos y la solución de algunos problemas que puedan llegar a formar parte de las evaluaciones programadas durante un curso. Esta forma de acceder al cálculo desvirtúa el verdadero sentido

de la comprensión, que es que el estudiante pueda aplicar el conocimiento adquirido en nuevas situaciones de una manera creativa.

Los profesores de matemáticas apoyados en la tecnología deben estar dispuestos a buscar nuevos métodos de enseñanza, que capten la atención de sus educandos con el fin de propiciarles experiencias de aprendizaje significativo, para que puedan relacionar el cálculo con su entorno.

El cálculo diferencial es de gran importancia para la solución de diversos problemas de aplicación que se presentan en el primer año de las carreras científicas y técnicas. A partir de la fundamentación que adquieran los estudiantes en la solución de situaciones en las que es necesario encontrar valores óptimos de problemas de sus áreas de conocimiento pueden lograr una motivación adecuada para comprender los cursos de matemática que están en el currículo de sus respectivos planes de estudio.

Con el fin de que el estudiante tenga diversas herramientas que le permitan resolver problemas de optimización paso a paso, se diseñó el programa “Optimizando Conocimientos” en el lenguaje de programación Visual Basic ®. Cuenta con innovaciones gráficas y procedimentales para motivar al alumno a explorar diferentes propuestas de solución que le ayudan a potenciar la imaginación, el carácter investigativo y la creatividad. Además, se integraron aplicaciones realizadas en GeoGebra ® y una base de datos en Access ® que contiene preguntas referentes a la solución de problemas de optimización.

* Estudiante de Maestría de Matemática Aplicada, Universidad EAFIT. e-mail:jsaldar1@eafit.edu.co

**Doctor en Ciencias Matemáticas. Docente Universidad EAFIT. e-mail:pesteban@eafit.edu.co

MARCO TEÓRICO

El software “Optimizando Conocimientos”, le permite al estudiante construir e interactuar, en primer lugar con diferentes situaciones en las que se optimizan funciones de una variable. En segundo lugar, puede simular diversas soluciones y de esta forma crear modelos para generalizar las respuestas obtenidas.

Para realizar este proceso se construyeron guías con el fin de que el estudiante evalúe por sí mismo su proceso de comprensión y pueda de esta forma fijar en su mente los conceptos de máximos y mínimos y su aplicación en diversos problemas de su entorno.

El aprendizaje significativo se da cuando la nueva información se relaciona con los conceptos o proposiciones existentes en la estructura cognoscitiva del que aprende. De esta forma, “el aprendizaje significa la organización e integración de la información en la estructura cognoscitiva del individuo.” (Ausubel, 1978).

En el aprendizaje se establecen estrechas relaciones entre las experiencias y los conocimientos previos, que tiene el estudiante, y la información nueva que va a recibir. Las guías diseñadas tienen como objetivo brindarle al estudiante nuevas experiencias de aprendizaje que le permitan la integración de los conceptos estudiados a su red de relaciones en forma organizada.

DESARROLLO DE LA PROPUESTA

Es importante tener en cuenta que para el taller y el software “Optimizando Conocimientos”, se torna imprescindible que los estudiantes manejen conceptos, procedimientos y operaciones del Cálculo Diferencial, debido a que son la base para el análisis y la solución de los problemas que se proponen, para esto la propuesta está dirigida a estudiantes de primer año de universidad.

La metodología consta de tres momentos:

Primer momento:

Realizar la modelación de problemas de optimización a resolver, utilizando material concreto, de modo que el estudiante logre una visualización y solucione el problema respectivo de una forma experimental, utilizando el método de ensayo y error.

Los problemas trabajados serán clasificados según la forma de resolver-los, así:

Material Didáctico: Este tipo de problemas se resolverán por medio de material tangible.

Tanteo No Tangible: Este tipo de problemas se resolverán por medio de la aritmética.

Software Educativo: Este tipo de problemas se resolverán por medio del computador.

Segundo momento:

Se hace el uso de guías y preguntas que orienten a los estudiantes a la definición y aplicación de los conceptos de máximos y mínimos relativos y absolutos, dominio admisible, números críticos, y los criterios de la primera y segunda derivada, para la solución de problemas de optimización.

Tercer momento:

El estudiante puede afianzar y aplicar los conceptos vistos interactuando con el software “Optimizando Conocimientos”, el cual permite no sólo mostrar las solución de los problemas sino también ver los procedimientos y las gráficas de dichos problemas, además el estudiante puede acceder al programa para evaluarse en cualquier momento.

Ejemplo del trabajo a partir de un problema de optimización

Un fabricante de cajas de cartón quiere elaborar cajas abiertas a partir de trozos cuadrados de cartón que tiene 24cm de lado, cortando cuadrados en las esquinas y doblando los lados hacia arriba. Se desea determinar la longitud del lado de los cuadrados que se deben cortar de modo que la caja tenga el mayor volumen posible.

La figura 1 muestra uno de los trozos de cartón indicados y la figura 2 representa la caja. LEITHOLD (1998).

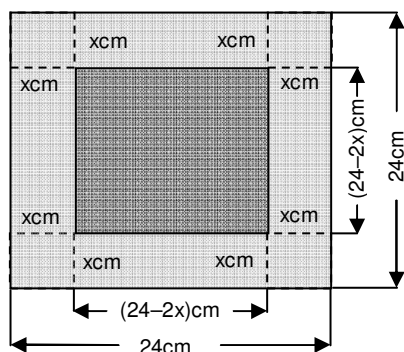


Figura 1

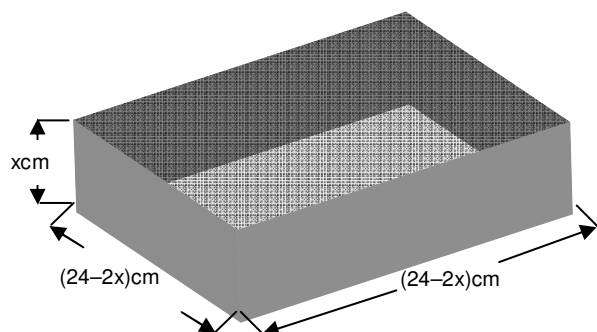


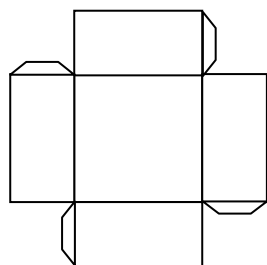
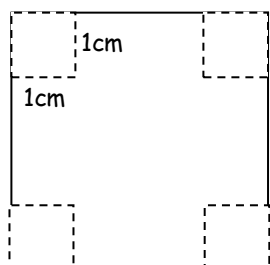
Figura 2

Para resolver este problema se le pide al estudiante en el primer momento construir diferentes cajas de cartulina de la siguiente forma:

Materiales:

11 cuadrados de cartulina de 24cm x 24cm, tijeras, colbón, regla, lápiz, 1100 gramos de arroz.

1. En una de las piezas de cartulina dibuja y recorta en cada una de las esquinas un cuadrado de 1cm de lado. Se recomienda dejar una pequeña pestaña.



2. Levanta las esquinas y pega por las pestañas cada uno de los lados del cuadrado cortado formando una caja sin tapa.
3. Repite el proceso con los otros 10 pedazos de cartulina, pero ahora vas a recortar cuadrados de lado 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11cms.

Luego de la construcción de las cajas el estudiante resuelve el problema mediante el método de ensayo y error, comparando los volúmenes de las cajas:

Intuitivamente, ¿cuál crees que es la caja con mayor volumen?

¿Por qué?

Intuitivamente, ¿cuál crees que es la caja con menor volumen?

¿Por qué?

Según la experiencia que acabaste de realizar, ¿cuál es la caja que tiene mayor capacidad de almacenamiento?

Para el segundo momento el estudiante tiene una fijación de conceptos, mediante preguntas, y haciendo la gráfica de la medida del lado de los cuadrados cortados vs los volúmenes de las cajas obtenidas.

¿Crees que el volumen está determinado por el ancho, el largo o la altura de la caja? ¿Por qué?

¿Por qué sólo obtuviste 11 cajas? (recortando cuadrados en las esquinas sólo con dimensiones de números naturales)

Si recortaras cuadrados con dimensiones reales (números reales positivos), ¿cuántas cajas crees que se formarían?

¿Cuál es el punto más alto de la curva? ¿Cuáles son los interceptos con el eje x?

¿Qué sucede con la gráfica después de $x = 12$?

¿Qué sucedía si cortabas cuadrados de 12cm x 12cm en cada esquina?

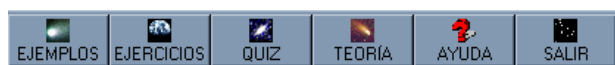
¿Y si cortas cuadrados de más de 12cm?

¿Cuál es el dominio admisible del problema?

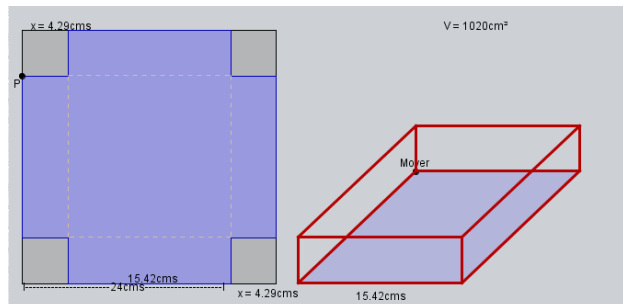
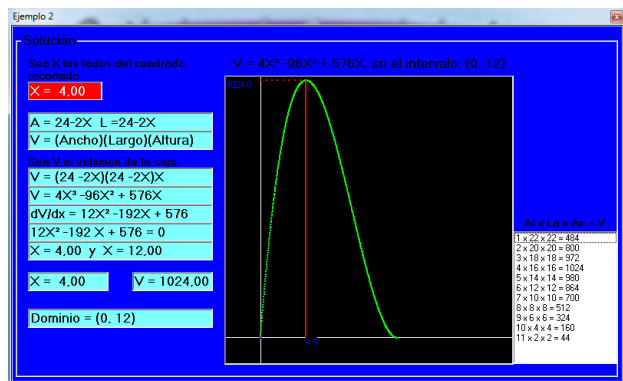
Y por el último en este momento se resuelve el problema mediante los pasos para resolver problemas de optimización (Stewart 1998).

El uso del software “Optimizando Conocimientos” es en el tercer momento, donde el estudiante afianza los conceptos y procedimientos para resolver problemas de optimización.

El software tiene dos formas para acceder a su información, primero por un menú desplegable y segundo por una barra de herramientas.



La opción “Ejemplos” que tiene como función mostrar la solución de diferentes problemas de optimización, con el procedimiento, gráfica, tabla de valores, el dominio admisible y la simulación de la construcción del modelo.

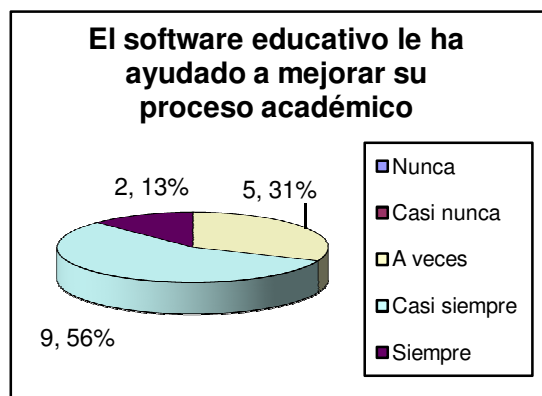
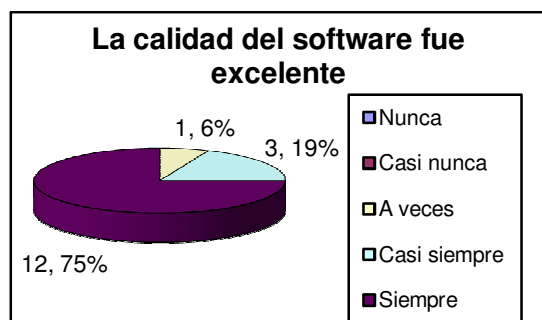


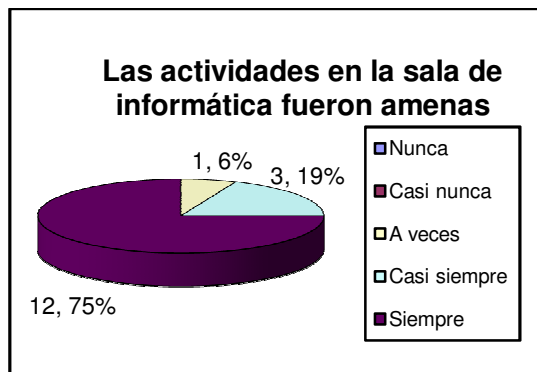
En las opciones “Ejercicios” y “Quiz” el estudiante puede consultar y resolver ejercicios de aplicación a los máximos y mínimos y luego ser evaluado de forma cuantitativa (valoración 0 - 5) por el sistema que cuenta con una base de datos con preguntas tipo múltiple-opción y única respuesta.

Además el software cuenta con un menú de “Teoría”, en el cual se trabajan los teoremas, definiciones, pasos para la resolución de problemas de optimización y la bibliografía, esta información es la necesaria para que los estudiantes se enfrenten a los problemas de aplicación de los máximos y los mínimos de una función en una variable.

RESULTADOS

Las siguientes gráficas representan los resultados más importantes de una encuesta acerca de la utilidad y el agrado del software, la cual la respondieron 16 estudiantes que hicieron uso del programa para el aprendizaje de la solución de problemas de optimización.





Además de los resultados cuantitativos, se logró una herramienta didáctica con material concreto y nuevas tecnologías para que los docentes y los estudiantes lo utilicen para el proceso enseñanza - aprendizaje de la solución de problemas utilizando los conceptos de máximos y mínimos.

CONCLUSIONES

En algunas ocasiones vemos que es más pertinente una clase donde la manipulación y la experiencia sean la ficha clave del aprendizaje. Creemos que el computador podría ser un complemento en las clases donde ya se han hecho interacciones y manipulaciones de objetos tangibles. Sin embargo, el computador hace por sí solo que los estudiantes interactúen de una forma un poco más abstracta. La pregunta es ¿podríamos hablar también de una experimentación? Tal vez sí, si asumimos que en el trabajo con dicho medio se pone de manifiesto algunas variaciones del estímulo y la capacidad visual, auditiva y sensorial.

Es importante analizar que existe un peligro latente en el trabajo con los computadores: caer en el error de que todo lo puede hacer la máquina y ¿el conocimiento qué?

Los programas educativos deben ser un complemento en el proceso de enseñanza - aprendizaje; ahora, el computador debe ser un medio, no un fin para alcanzar el conocimiento.

Quisimos que nuestra propuesta evaluativa favoreciera la formación integral de los

estudiantes y que beneficiara al máximo muchas de las dimensiones del ser humano: cognitiva, corporal, comunicativa, ética, afectiva... de cierta manera hemos logrado nuestro propósito: tratar de fomentar el aprendizaje significativo de los estudiantes en las aplicaciones de los máximos y mínimos; además de mostrar la matemática desde otros puntos de vista para incrementar los conocimientos.

REFERENCIAS

- [1] AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN (1983) Psicología Educativa: *Un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed. TRILLAS México
- [2] ESTEBAN, Pedro. *Primera aproximación al curso de Cálculo Diferencial apoyado en Eafit Interactiva*. El Eafitense, No. 60, p. 18-19, Medellín, 2003.
- [3] CAZABIANCA, Manuel. *Problemas resueltos de cálculo diferencial*. Colombia: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 2002. p. 149 – 370.
- [4] LARSON, Roland E; HOSTETLER, Robert P; EDWARDS, Bruce H. *Cálculo y Geometría Analítica*. Madrid: Mac Graw Hill, 1999. p. 236 – 248.
- [5] LEITHOLD, Louis. *El Cálculo*. México D.F: Oxford University Press. 1998. p. 207.
- [6] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL *Serie lineamientos curriculares: Nuevas Tecnologías y currículo de Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá. 1999. Pág 13 – 78
- [7] SALDARRIAGA, Jorge; SANTA Zaida; PULGARÍN Carlos. *Optimizando Conocimientos*. Trabajo no publicado, Universidad de Antioquia, Medellín 2004.
- [8] SANTOS, Manuel. 1993. “La Naturaleza de las Matemáticas y sus Implicaciones Didácticas”. En *MATHESES*. Pág. 419 – 432.
- [9] STEWART, James. *Cálculo, Conceptos y Contextos*. México D. F: International Thomson editores. 1998. p. 310