

Aplicaciones físico-matemáticas para la enseñanza en alumnos del primer curso de grados de Ciencias e Ingenierías.

Juan Vidal

Facultad de Ciencias del Mar y Ambientales, Universidad de Cádiz

Avda. República Saharaui s/n. Puerto Real, 11510, Cádiz, Spain.

Concepción Muriel, Adrián Ruíz y Juan Bosco García

Facultad de Ciencias, Universidad de Cádiz

Avda. República Saharaui s/n. Puerto Real, 11510, Cádiz, Spain.

Palabras clave:

Enseñanza universitaria, física elemental, matemáticas, simulaciones.

1. INTRODUCCIÓN

En muchos países de Europa, la docencia universitaria tradicional se ha visto modificada por los principios que definen el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES). Los cambios que promueve el EEES eliminan la concepción de profesor como figura única y fundamental en la transmisión de conocimiento donde compartía su sabiduría a través de la clase magistral, clases regladas donde los alumnos asimilaban los conceptos y tomaban apuntes. Con la adaptación al Tratado de Bolonia, el profesor se convierte en tutor o supervisor y se da mayor protagonismo al estudiante. Las clases no son puramente teóricas y existe una parte práctica que computa en la evaluación final. Para facilitar el trabajo de docente y del alumno se utilizan diferentes recursos tecnológicos aplicados al ámbito de la educación: Internet, los entornos virtuales de aprendizaje y el uso de diferentes herramientas tecnológicas son los útiles de estudio en la Universidad actual. El estudio de las bases matemáticas comunes en asignaturas de matemáticas y físicas en los primeros cursos de los nuevos grados en Ciencias e Ingenierías constituyen los pilares de muchos de los conceptos de asignaturas de cursos posteriores. Nuestra experiencia docente nos ha demostrado que los alumnos tienen grandes dificultades de asimilación de todos aquellos conceptos que exijan cierta abstracción, a lo que se une una falta de visión espacial. Dentro de este contexto se enmarca la presentación del material informático de esta comunicación para el aprendizaje interactivo de métodos matemáticos para la física. Este material ha sido elaborado gracias al Proyecto de Innovación P11-12-005 de la convocatoria de Innovación

y Mejora docente del Vicerrectorado de Docencia y Formación de la Universidad de Cádiz, en España.

2. OBJETIVOS DEL PROYECTO DE INNOVACIÓN DOCENTE

El estudio y didáctica de las matemáticas y asignaturas de físicas, comprenden una serie de estructuras de presentación y símbolos propios que contribuyen de forma determinante a la perfecta comprensión de la materia. El desconocimiento de este lenguaje matemático supone un hándicap a la hora de la transmisión de conceptos en estas ciencias, y en particular en las asignaturas de físicas donde a veces la limitación no está en la idea conceptual sino en el formalismo matemático, por lo que su estudio debe constituir una tarea primordial desde los primeros niveles académicos.

El proyecto de innovación y mejora docente para la enseñanza de las matemáticas para la física a nivel universitario, consiste fundamentalmente en la elaboración del material didáctico informático y contempla los siguientes aspectos u objetivos generales:

- 1- **Adquisición** de conceptos matemáticos e **interpretación física.**
- 2- Desarrollo de **habilidades y destreza de cálculo.**
- 3- **Trabajo en grupo.**

Aunque este material trata aspectos generales y básicos del análisis vectorial, la aproximación del ingeniero a las matemáticas es de una naturaleza eminentemente práctica, y está orientada a la resolución de problemas concretos. Por este motivo, la propuesta metodológica está centrada

en los siguientes puntos:

- Presentación de una situación simplificada del mundo real.
- Traducción de la situación en terminología matemática y diseño del modelo físico-matemático.
- Tratamiento del modelo y resolución del problema.
- Interpretación de la solución en términos físicos y análisis de resultados. De acuerdo a Esquembre, F. (2001) y a García Barneto et al. (2006), estas aplicaciones informáticas pueden usarse para visualizar fenómenos pero también para interactuar con la simulación, recogiendo y analizando datos.

En este trabajo se presenta una colección de aplicaciones matemáticas para el desarrollo del programa común de Análisis Vectorial de las distintas asignaturas de matemáticas en el primer curso de los grados en ciencias e ingenierías. El paquete de rutinas se conforman en base a la necesidad de introducir los siguientes conceptos, agrupados en unidades didácticas:

1. Introducción a la variedades diferenciables: representaciones implícitas, paramétricas y explícitas. Vectores tangentes y normales. Coordenadas cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas.

2. Campos escalares y vectoriales. Curvas y superficies de nivel. Líneas de corriente. Operaciones entre campos: Gradiente (operador ∇), divergencia (Operador laplaciano) y rotacional.

3. Orientación de variedades. Integración de campos escalares. Integración de campos vectoriales en variedades orientadas. Integrales de línea y de flujo: interpretación física.

4. Teoremas clásicos del análisis vectorial: Teorema de Green. Teorema de Stokes clásico y Teorema de Gauss o de la divergencia. Aplicaciones físicas.

El desarrollo de este programa se realiza utilizando el programa de cálculo simbólico Mathematica®, presentando cada uno de los conceptos mediante una breve introducción teórica que se completa con ejercicios resueltos. Algunos de estos conceptos se visualizan gráficamente con posibilidad de modificación de parámetros, lo que facilita la **interpretación de las aplicaciones físicas**. Estos ejercicios resueltos permiten desarrollar las **habilidades y destrezas** necesarias para resolver otros problemas prácticos, fomentando la capacidad de relacionar los conocimientos y las habilidades adquiridas con las situaciones presentadas, y de esta forma saber aplicar los conceptos matemáticos para fines prácticos. La **adquisición** de los conocimientos se puede autoevaluar con variaciones de los mismos problemas tipo.

Este material está disponible en la plataforma Moodle del campus virtual de la Universidad de Cádiz. El campus virtual de la Universidad de Cádiz ha sido diseñado con el objetivo de crear un entorno docente que facilite a nuestros alumnos el desarrollo de sus estudios online. Esta plataforma favorece el **trabajo en grupo**, permitiendo la discusión de los conceptos mediante la aplicación “foro”, en donde alumnos y profesores intercambian opiniones sobre el tema o problema propuesto. La evaluación de los resultados del proyecto de innovación docente se realizará mediante encuestas a los alumnos a través del campus virtual.

El proyecto de innovación incluye unos objetivos específicos con el propósito de evaluar el procedimiento a través de los siguientes puntos:

- Analizar las opiniones de los alumnos respecto a la concepción, idea e importancia de las matemáticas en el aprendizaje de las asignaturas de físicas.
- Comparar los modelos de enseñanza basado en la exposición, ya sea mediante clases magistrales en pizarra o mediante presentaciones video-proyectadas, con clases de desarrollo de conocimientos mediante aplicaciones informáticas que potencian el aprendizaje interactivo y evaluar la relación existente entre las prácticas docentes empleadas y el nivel de progreso en algunos contenidos del programa de los alumnos.

3. EJEMPLO DE UN TALLER

3.1. Taller de física general

El *gradiente de un escalar* es la operación más simple del operador derivada (operador ∇) y el resultado es un vector. Un ejemplo frecuente en Mecánica de Fluidos lo constituye el gradiente de presión. La presión estática P es un campo escalar y el operador gradiente sobre la presión define el vector gradiente de presión, el cual representa una fuerza,

$$\mathbf{grad} P = \nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \mathbf{k} \quad (\text{Ec } 1)$$

donde en la ecuación (Ec 1) $\mathbf{grad} P$ es un vector representando la fuerza (en realidad la fuerza es igual $-\mathbf{grad} P$) que actúa sobre el fluido debido a la variación de P en el espacio. Existen otros muchos ejemplos de gradiente de escalares. El transporte difusivo de una propiedad se modela con un coeficiente de transporte que multiplica el gradiente de la propiedad. Ejemplo: la Ley de Fourier, $\mathbf{q} = -k \mathbf{grad}(T)$, donde \mathbf{q} es el vector que representa el flujo de calor por unidad de tiempo y área, $[W/m^2]$, donde T es la temperatura y la constante de proporcionalidad k es la conductividad térmica.

Por otro lado es importante observar que al ser el gradiente de un campo escalar, un vector formado por la derivada de dicho campo, el mismo tiene la dirección de la máxima variación del mismo. En otras palabras, el vector gradiente es normal a las superficies formadas con valores constantes del campo escalar.

El ejercicio propuesto dice: Supongamos que la temperatura en cada punto (x,y) del plano viene dada por la función $f(x,y)=1/2 (y^2-x^2)$. Calcula el camino que seguir una bacteria que en todo instante busca el mayor aumento de la temperatura y que parte de un punto inicial $(-2,1)$. Con la ayuda de la aplicación en Mathematica el alumno puede visualizar mejor el ejercicio. Mathematica es el software con el que trabajan los alumnos en las materias básicas de las asignaturas de matemáticas. Esta herramienta de cálculo, manipulación y visualización matemática, es un programa interactivo diseñado para resolver de forma simbólica, problemas en las áreas de Ciencias e Ingeniería. La aplicación permite modificar el punto y la función, lo que reinventa multitud de variantes con los que ejercitar el mismo tipo de problema.

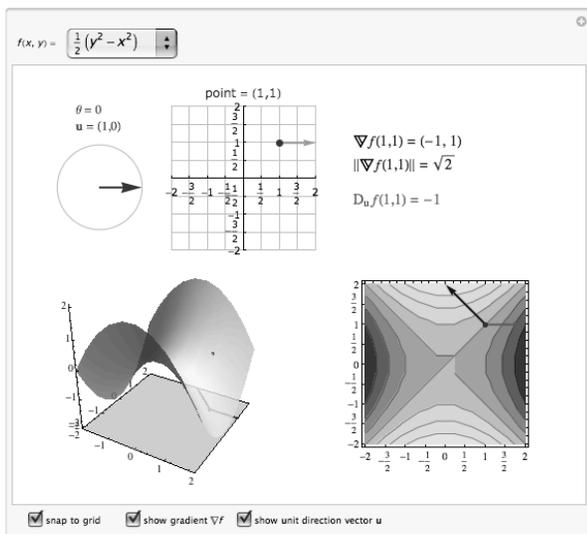
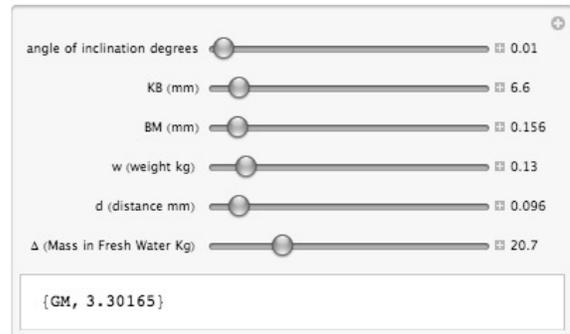


Figura 1: ejemplo de aplicación mathematica (por Abby Brown, Wolfram Mathematica) empleada en el taller para el ejercicio de gradiente de un campo escalar.

Estas aplicaciones se utilizaron en las clases taller siempre después de una introducción teórica en la pizarra donde se introduce los conceptos fisico-matemáticos con rigurosidad. Los ejercicios del taller propuestos permitían la realización de cálculos y lograron que los alumnos resolvieran los problemas con lápiz y papel y luego contrastaran sus resultados con los obtenidos a partir de los datos de la misma.

3.2 Taller específico de alumnos de ingeniería náutica.

Con vista a introducir a los alumnos en problemas de sus estudios relacionados con el ejercicio profesional, se le muestra un ejemplo de cálculos del GM en un buque.



(elaboración propia)

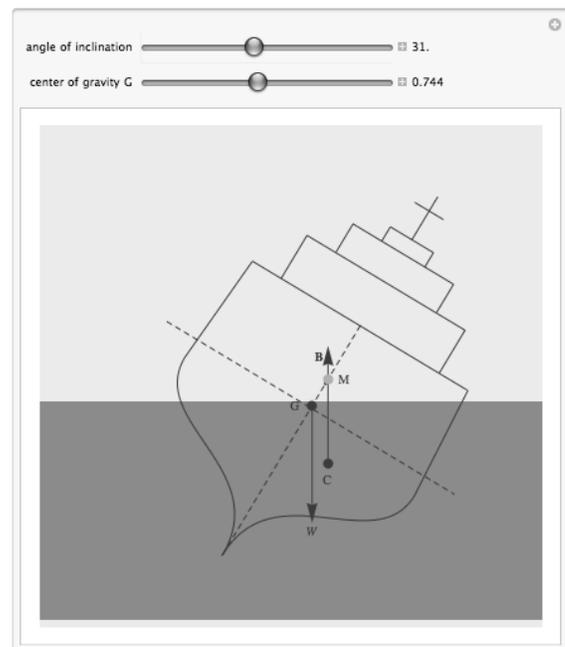


Figura 2: ejemplo de aplicación mathematica para el cálculo del GM en un buque y visualización de l par escorante-adrizante (por Enrique Zeleny, Wolfram Mathematica)

Modificando el ángulo de inclinación y el centro de gravedad, el alumno puede visualizar como cambia la situación de estabilidad del buque. Las barras superiores permiten calcular la posición del GM en función de los datos hidrostáticos y del traslado de pesos en el buque y la escora de este.

4. EVALUACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Con el objetivo de evaluar la eficacia del método de

aprendizaje, se plantea una serie de tests y pruebas con alumnos de los primeros cursos de los grados que tienen asignaturas comunes de matemáticas y física general.

El diseño utilizado fue en formato de encuesta a partir de 14 preguntas cerradas. Se presentaron 14 afirmaciones para que los alumnos las clasificaran, en una escala de 5 a 0, desde totalmente de acuerdo (5) a totalmente desacuerdo(0).

Dividida en tres partes, en la primera 5 preguntas se intenta indagar si la dificultad que encuentra el alumno en los problemas se debe a los conceptos físicos en sí o al aparato matemático que se necesita para su desarrollo y la coherencia de nomenclaturas a la hora de explicar los mismos conceptos en asignaturas de física y matemáticas. La segunda parte, estudia la percepción que el alumno tiene sobre la aplicación de los conceptos matemáticos en física y viceversa, así como sus posibles aplicaciones en posteriores asignaturas. La última parte, desde la pregunta 9 a la 14, se preguntó sobre la apreciación del alumno de la eficacia del método tradicional de desarrollo del tema en la pizarra o del método de intercalar prácticas con computadoras. El cuestionario fue el siguiente:

1. Entiendo los conceptos físicos que se explican.
2. Entiendo el desarrollo matemático que se utiliza para explicar los conceptos físicos.
3. Entiendo la nomenclatura matemática.
4. La nomenclatura matemática era conocida.
5. Había aprendido los conocimientos previos necesarios en otras asignaturas.
6. Los conceptos matemáticos me fueron útiles para comprender los algunos conceptos físicos.
7. Las interpretaciones físicas me ayudaron a comprender algunos conceptos matemáticos
8. Creo que los conceptos físicos-matemáticos estudiados en la asignatura me serán útiles para otras asignaturas.
9. Considero suficiente la colección de ejercicios prácticos.
10. El contenido teórico de la asignatura es adecuado.
11. Los recursos multimedia fueron suficientes.
12. El uso de material multimedia ha sido útil.
13. Entiendo mejor los conceptos teóricos cuando se desarrollan en la pizarra
14. Valoro positivamente las prácticas con software para comprender los conceptos.

La encuesta se pasó a alumnos de tercer curso del grado de matemáticas y alumnos de primero de grado de ingenierías marina, náutica y transporte marítimo y radioelectrónica, que cursan asignaturas de física general.

En total fueron 74 alumnos de ingenierías y 20 alumnos de matemáticas. Todos estos alumnos, durante las clases

y en el aula virtual que dispone la Universidad de Cádiz, han dispuesto de estas aplicaciones informáticas, si bien no han tenido talleres específicos.

Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

PREGUNTA	MEDIA		DESVIACIÓN	
	Ingenier.	Matem.	Ingenier.	Matem.
1	3.1	3.5	1.2	1.0
2	3.1	4.0	1.2	0.5
3	2.1	4.0	1.4	0.5
4	2.0	3.5	1.2	0.8
5	2.3	3.0	1.4	1.2
6	3.2	2.0	1.3	1.2
7	2.9	3.2	1.2	1.2
8	2.9	2.0	1.3	0.9
9	1.9	3.5	1.3	1.1
10	3.0	3.2	1.1	1.1
11	3.1	2.8	1.2	1.3
12	3.3	3.4	1.1	1.2
13	3.2	3.3	1.2	1.2
14	3.5	3.2	1.1	1.3

Tabla 1. Resultados de las encuestas a alumnos de matemáticas (matem.) del grado de matemáticas y alumnos de física general en el grado de ingenierías naval, náutica y transporte marítimo y radioelectrónica (Ingenier.).

La mayoría de los alumnos, tanto de ingenierías como de matemáticas, valoraron positivamente las clases con software y el empleo de material multimedia. Sin embargo, uno de las conclusiones más interesantes en función de la opiniones de los alumnos es que todos creen necesario el uso de la pizarra tradicional. Por tanto, el material multimedia es, en opinión de los alumnos, una herramienta necesaria pero no suficiente. En cuanto a titulaciones, las principales diferencias se encuentran en que los alumnos de ingenierías presentan dificultades a la hora de entender los desarrollos matemáticos y la nomenclatura no le resultó conocida. La alta calificación en estos apartados por los alumnos de matemáticas no es extraña, como tampoco que su peor calificación sea para las posibles utilidades de los conceptos físicos. Sin embargo, si valoran positivamente el emplear ejemplos físicos.

La segunda prueba de evaluación del método consistió en ofrecer unas clases extraordinarias voluntarias a alumnos de los grados de ingenierías marina, náutica y transporte marítimo y radioelectrónica En total fueron 27 alumnos. En estas clases se repasaron conceptos de algebra básicos como operaciones con vectores, integrales de línea o cambios de bases. En estas clases se utilizó gran cantidad de aplicaciones informáticas.

Para la evaluación de los resultados se diseñó un cuestionario de problemas cortos que evaluaban los conocimientos previos a la clase teórica, uno posterior a la misma y un último examen después de la clase de problemas con ordenador. Para contrastar los resultados de progresos, se repite una segunda prueba sobre otra parte del temario intercambiando la clase de ordenador y la de teoría. El objetivo es estudiar si el progreso está relacionado con el método o simplemente responde al repaso de conocimientos. Los resultados se muestran en la gráficas 1 y 2. Su análisis muestra que los alumnos tuvieron resultados similares en las dos pruebas preliminares, por lo que presentan similar preparación previa en los dos temas. También se puede apreciar que el progreso es mayor para la segunda prueba y aunque, tras las dos clases, presenten niveles de progresos similares en promedio el progreso es mayor en los alumnos que tenían peor preparación.

Por otro lado, el hecho que aunque se alcanza niveles parecidos tras las dos sesiones, se consigue más rápidamente cuando se imparte primero la clase práctica es un resultado muy destacable y pone de manifiesto que con sólo una clase se consigue prácticamente el mismo nivel de progreso que cuando se emplearon dos sesiones. En términos porcentuales, el incremento medio en la calificación de los 27 alumnos respecto a la prueba preliminar fue un 12% tras la primera clase (teórica) y de un 16% tras segunda clase (práctica) en la primera prueba y de un 17% después de la clase práctica y 16% tras la clase teórica en la segunda prueba. Es importante destacar la necesidad de que el alumno trabaje en clase delante del ordenador en diferentes casos del mismo problema. No basta con visualizar el problema inicialmente planteado sino que es imprescindible que practique cambiando las condiciones iniciales y él mismo se evalúe en las respuestas. A nuestro modo de ver, esta es la verdadera potencia de la herramienta.

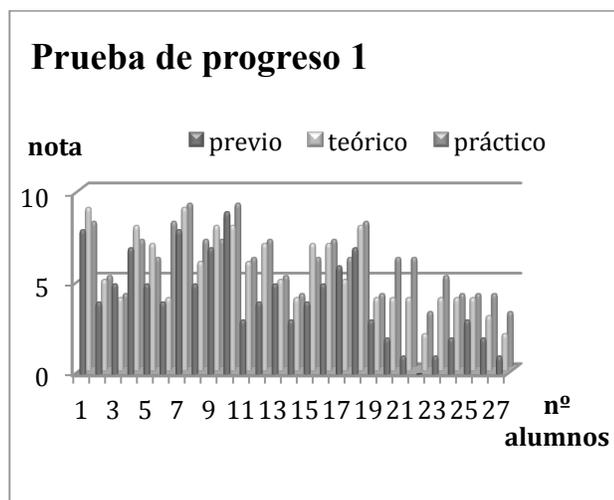


Figura 3. Prueba de progreso tras el primer taller. Resultados del ejercicio por alumnos.

Finalmente se realizó una presentación oral de cada ejercicio en grupos, en la que los estudiantes describieron los aspectos del uso de la simulación que cada grupo consideró como más importante. Dicho informe oral permitió a los docentes evaluar diversos aspectos del uso de la herramienta.

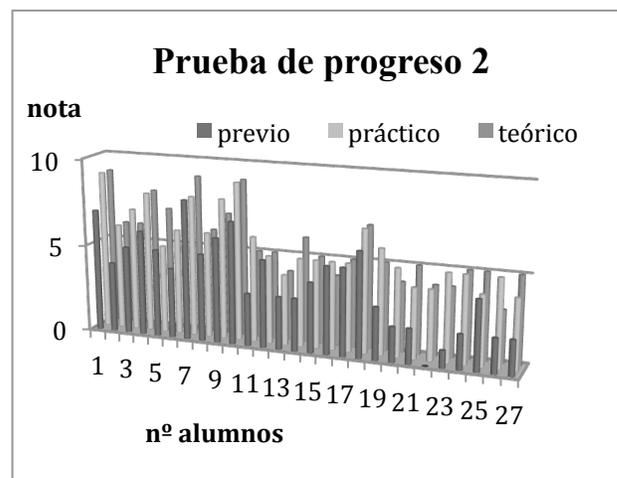


Figura 4. Prueba de progreso en el segundo taller. Resultados del ejercicio por alumnos.

La segunda parte consistió en la realización de un encuesta por estos alumnos en base al siguiente cuestionario:

1. Los ejemplos me ayudaron a entender mejor los conceptos físicos.
2. Las interpretaciones físicas me ayudaron a comprender algunos conceptos matemáticos.
3. Las aplicaciones me permitieron practicar por mi cuenta los diferentes ejercicios.
4. Valoro más importante las explicaciones en la pizarra.
5. Las aplicaciones no son imprescindibles para el desarrollo de la asignatura.
6. Las aplicaciones me ayudan a mejorar la destreza de cálculo en los problemas.
7. Creo que pueden aplicarse a otras asignaturas.

Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

PREGUNTA	MEDIA	DESVIACIÓN
1	3.3	1.1
2	3.2	0.9
3	3.5	1.1
4	3.5	1.2
5	3.3	1.1
6	4.1	0.8
7	3.2	1.4

Tabla 2. Resultados de las encuestas a alumnos de ingenierías tras las dos sesiones de problemas y teoría utilizando como base las aplicaciones informáticas.

A diferencia de los alumnos que realizaron la encuesta anterior, estos recibieron dos sesiones extraordinarias de repaso de teoría y problemas con aplicaciones informáticas elaboradas con Mathematica. Las soluciones de los problemas que se trabajaron en los talleres se debatían y se planteaban variantes del mismo problema. La encuesta incluye cuestiones comunes a la encuesta anterior. Los resultados muestran una mejor apreciación de los alumnos a esta metodología, aunque repiten en la necesidad de clases de pizarras.

5. CONCLUSIONES

El propósito de la experiencia fue aplicar con mayor eficiencia esta herramienta en futuros cursos de la educación universitaria.

Se pudo comprobar que el uso de esta herramienta mejoró el rendimiento de los alumnos. Algunos de los alumnos que realizaron la simulación antes de la prueba, pudieron utilizarla para realizar por primera vez un problema del tema, para revisar la teoría y luego de resolver el problema analíticamente, así como para predecir el comportamiento del sistema estudiado. La simulación no solo les ayudó a introducirse en el tema, sino que también me les permitió ver como se hacía un ejercicio analíticamente.

También se pudo contrastar que su aplicación didáctica mejora la relación de los estudiantes con los docentes y con otros compañeros.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] Esquembre, F. ; Martín, E, Christian W y Vellón, M. Fislets Enseñanza de la Física con Material Interactivo. Ed. Pearson, Prentice Hall. 2001.

[2] F. C. Ferdinand. *Mathematical Methods in Physics and Engineering with Mathematica*. CRC Press Company. 339 pp., 2003

[3] A. Garcías. *Nuevas estrategias didácticas en entornos digitales para la enseñanza superior*. En: J. Salinas; A. Batista (coord.). *Didáctica y tecnología educativa para una universidad en un mundo digital*. Universidad de Panamá: Imprenta Universitaria, 2002.

[4] S. Hassani. *Mathematical methods using Mathematica: for students of physics and related fields*. Springer 235pp, 2003.

[5] J. Morin y R. Seurat. *Gestión de los recursos tecnológicos*. Madrid: Cotec, 1998.

[6] J. Salinas. *El rol del profesorado universitario ante los cambios de la era digital*. Actas del I Encuentro Iberoamericano de Perfeccionamiento Integral del Profesor Universitario. Caracas: Universidad Central de Venezuela, 1999.

[7] B. F. Torrence y E. A. Torrence. *The Student's Introduction to MATHEMATICA ®: A Handbook for Precalculus, Calculus, and Linear Algebra*. Cambridge University Press, 484 pp, 2009.

[8] P. R. Wellin, R. J. Gaylord y S. N. Kamin. *An introduction to programming with Mathematica*. Third Edition. Cambridge University Press. 570 pp, 2005.

[9] R. L. Zimmerman y F. I. Olness. *Mathematica For Physics*. Addison-Wesley Publishing Company. 335pp, 2002.