DESARROLLO DE UN SOFTWARE PARA LA GENERACIÓN DE ESPECTROS ELASTICOS DE RESPUESTA.

Carlos M. PISCAL. Wilson RODRIGUEZ. Andrés M. LOTERO
Programa de Ingeniería Civil
Universidad de la Salle
Bogotá. Colombia
cpiscal@unisalle.edu.co

RESUMEN

Los espectros elásticos de respuesta son herramientas fundamentales para el diseño sismo resistente de edificaciones. Son gráficas que representan la máxima respuesta de una estructura (expresada en términos de velocidad, aceleración o desplazamiento) producida por una acción dinámica determinada. Para su creación se hace necesario someter a un mismo registro de aceleración, múltiples sistemas de un grado de libertad con igual amortiguamiento y diferente periodo de vibración [1]. Una vez evaluada la respuesta para cada uno de los osciladores, se determina la máxima aceleración, velocidad o desplazamiento; valor que graficado junto con el periodo representa un punto en el espectro.

Para la realización de un espectro de respuesta se hacen necesarios múltiples cálculos, ya que se debe resolver la ecuación de equilibrio dinámica para una gran cantidad de osciladores, en aras de determinar en el tiempo la respuesta de la estructura. Como una herramienta de automatización para su proceso de creación, se presenta en este documento una aplicación desarrollada bajo el software libre Java y su plataforma Netbeans, Esta aplicación incorpora el método Beta de Newmark para la solución de la ecuación de equilibrio dinámico, este método permite resolver el problema de aceleración variable en el tiempo usando un estimativo de la aceleración al final del intervalo.

La herramienta aquí presentada permite al usuario la generación de espectros elásticos de respuesta, resolviendo de forma automática 500 osciladores elásticos de un grado de libertad con diferente periodo de vibración, sometidos a cualquier registro de aceleración y bajo un amortiguamiento dado. Por otra parte, permite mediante una serie de animaciones observar el comportamiento de osciladores de un grado de libertad sometidos a diferentes eventos sísmicos. El registro de aceleración se introduce al software mediante un archivo de texto y el amortiguamiento se solicita al usuario mediante un TextField. La herramienta genera un archivo pdf con el espectro calculado, además un archivo con extensión txt con los puntos a partir de los cuales se generó el espectro.

Palabras clave: Espectros de respuesta, sistemas de un grado de libertad, registro de aceleración, periodo, amortiguamiento, Java.

1. INTRODUCCION

El desarrollo de software en la Ingeniería estructural permite optimizar procesos de suma importancia para el diseño de estructuras sismo resistentes. La generación de espectros de respuesta, indispensables para la creación de espectros de diseño incorporados en los códigos internacionales de construcción sismo resistente, se convertiría en un proceso sumamente dispendioso al carecer de estas herramientas computacionales. En el mundo entero, diferentes autores han utilizado diversos métodos numéricos y lenguajes de programación para la implementación del proceso anterior. En este trabajo, desarrollado mediante el software Java y su plataforma Netbeans 7.1.2, se pretende, además de generar una herramienta para el cálculo de espectros de respuesta a partir de registros de aceleración, establecer una herramienta sumamente didáctica donde mediante una serie de animaciones, se pueda fácilmente determinar la respuesta de sistemas elásticos de un grado de libertad con diferentes parámetros dinámicos (periodo, amortiguamiento, rigidez), sometidos a eventos sísmicos ocurridos en el país y a nivel mundial.

2. METODOLOGÍA

Formulación Matemática [2]

Para sistemas elásticos de un grado de libertad con amortiguamiento y sometidos a excitación sísmica (figura 1).

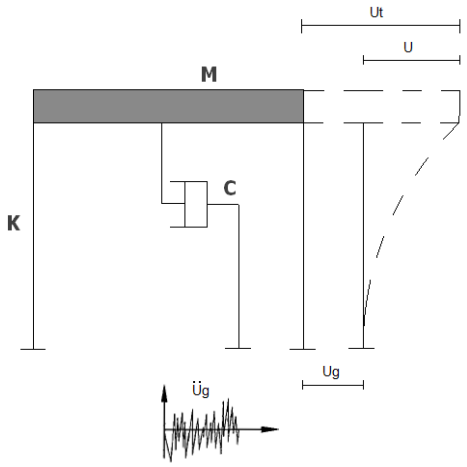


Figura 1. Sistema de un grado de libertad [3]

La ecuación de equilibrio dinámico (ecuación 1) se escribe de la siguiente forma:

$$m\left[\ddot{u}_g + \ddot{u}\right] + c\,\dot{u} + k\,u = 0 \qquad (1)$$

Donde $\ddot{u}_g$ es la aceleración del terreno y $\ddot{u}$, $\dot{u}$, u son la aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente de la masa m.

La ecuación 1 puede reorganizarse de la siguiente forma.

$$m\,\ddot{u} + c\,\dot{u} + k\,u = -m\,\ddot{u}_g \qquad (2)$$

La ecuación 2 puede resolverse numéricamente usando el método β de Newmark. Para la aplicación de este método se asume que velocidad, aceleración y desplazamiento se conocen en un instante t y se busca encontrar los valores para un instante $t + \Delta t$.

Las variables definidas con el subíndice 1 denotan valores en un instante $t + \Delta t$.

$$m\,\ddot{u}_1 + c\,\dot{u}_1 + k\,u_1 = -m\,\ddot{u}_{1g} \qquad (3)$$

Definiendo $\Delta_{\ddot{u}} = \ddot{u}_1 - \ddot{u}$, $\Delta_{\dot{u}} = \dot{u}_1 - \dot{u}$ y $\Delta_u = u_1 - u$; y restando la ecuación 2 a la 3, se obtiene que:

$$m\,\Delta_{\ddot{u}} + c\,\Delta_{\dot{u}} + k\,\Delta_u = -m\,(\ddot{u}_{1g} - \ddot{u}_g) \qquad (4)$$

Newmark propuso emplear las siguientes funciones que definen la velocidad y el desplazamiento al final del intervalo.

$$\dot{u}_1 = \dot{u} + [(1-\alpha)\ddot{u} + \alpha\,\ddot{u}_1]\,\Delta t \qquad (5)$$

$$u_1 = u + \dot{u}\,\Delta t + \left[\left({}^1\!/_2 - \beta\right)\ddot{u} + \beta\,\ddot{u}_1\right]\,\Delta t^2 \qquad (6)$$

Para casos de aceleración uniforme (figura 2), $\alpha = {}^1\!/_2$ y $\beta = {}^1\!/_4$

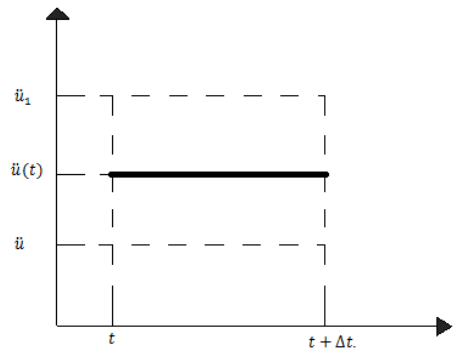


Figura 2. Hipótesis de aceleración uniforme

Para el caso de aceleración lineal (figura 3), $\alpha = {}^1\!/_2$ y $\beta = {}^1\!/_6$

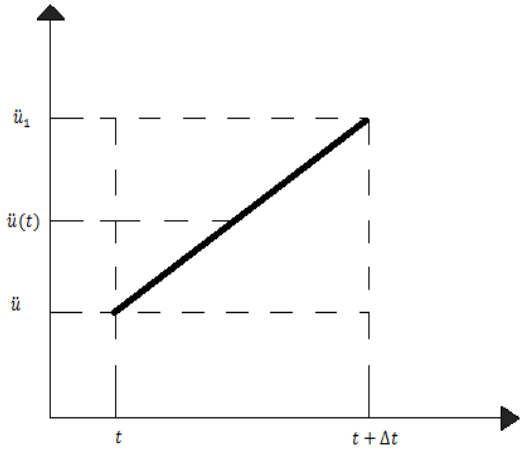


Figura 3. Hipótesis de aceleración lineal

Newmark sugirió que si se utilizan valores de β entre ${}^1\!/_6$ y ${}^1\!/_4$ la respuesta es satisfactoria desde todo punto de vista y que un valor de $\beta = {}^1\!/_6$ es estable en todos los casos [4].

$$\dot{u}_1 = \dot{u} + \frac{1}{2}(\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t \qquad (7)$$

Para $\beta = {}^1\!/_4$

$$u_1 = u + \dot{u}\,\Delta t + {}^1\!/_4\,(\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t^2 \qquad (8)$$

$$\Delta_{\dot{u}} = \dot{u}_1 - \dot{u} = \frac{1}{2}(\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t \qquad (9)$$

$$\Delta_u = u_1 - u = \dot{u}\,\Delta t + {}^1\!/_4\,(\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t^2 \qquad (10)$$

Despejando de la ecuación 9 $(\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t$ y reemplazando en la ecuación (10) se obtiene:

$$\Delta_{\dot{u}} = 2\left(\frac{\Delta_u}{\Delta t} - \dot{u}\right) \qquad (11)$$

De la ecuación 10 se obtiene:

$$(\ddot{u} + \ddot{u}_1) = \ddot{u}_1 - \ddot{u} + 2\,\ddot{u} = 4\left(\frac{\Delta_u - \dot{u}\,\Delta t}{\Delta t^2}\right) \qquad (12)$$

$$\Delta_{\ddot{u}} = \ddot{u}_1 - \ddot{u} = 4\left(\frac{\Delta_u - \dot{u}\,\Delta t}{\Delta t^2}\right) - 2\,\ddot{u} \qquad (13)$$

Reemplazando las ecuaciones 11 y 13 en la ecuación 4 se obtiene:

$$\Delta_u = \frac{A}{B} \qquad (14)$$

Dónde:

$$A = -m\left(\ddot{u}_{1g} - \ddot{u}_g\right) + \left(\frac{4m}{\Delta t} + 2\,c\right)\dot{u} + 2\,m\,\ddot{u} \qquad (15)$$

$$B = k + \frac{2\,c}{\Delta t} + \frac{4\,m}{\Delta t^2} \quad (16)$$

Para $\beta = {}^1/_6$

$$u_1 = u + \dot{u}\,\Delta t + {}^1/_6\,(2\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t^2 \quad (17)$$

$$\Delta_u = u_1 - u = \dot{u}\,\Delta t + {}^1/_6\,(2\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t^2 \quad (18)$$

Despejando de la ecuación 9, $(\ddot{u} + \ddot{u}_1)\,\Delta t$ y reemplazando en la ecuación 18 se obtiene:

$$\Delta_{\dot{u}} = \frac{6(\Delta_u - \dot{u}\,\Delta t) - \ddot{u}\,\Delta t^2}{2\,\Delta t} \quad (19)$$

De la ecuación 18 se obtiene:

$$(2\ddot{u} + \ddot{u}_1) = \ddot{u}_1 - \ddot{u} + 3\,\ddot{u} = 6\left(\frac{\Delta_u - \dot{u}\,\Delta t}{\Delta t^2}\right) \quad (20)$$

$$\Delta_{\ddot{u}} = \ddot{u}_1 - \ddot{u} = 6\left(\frac{\Delta_u - \dot{u}\,\Delta t}{\Delta t^2}\right) - 3\,\ddot{u} \quad (21)$$

Reemplazando las ecuaciones 19 y 21 en la ecuación 4 se obtiene:

$$\Delta_u = \frac{A}{B} \quad (22)$$

Dónde:

$$A = \Delta t\big[12\,m\,\dot{u} - 2\,\Delta t\,m(\ddot{u}_{1g} - \ddot{u}_g) + 6\,\ddot{u}\,\Delta t\,m + 6\,c\,\Delta t\,\dot{u} + c\,\Delta t^2\dot{u}\ \big] \quad (23)$$

$$B = 2\left(k\,\Delta t^2 + 3\,c\,\Delta t + 6m\right) \quad (24)$$

Cuando el intervalo de tiempo es constante para aplicar el método se deben seguir los siguientes pasos:

1. Asumir una masa igual a la unidad
2. Iniciar el proceso con un periodo dado.
3. Establecer un coeficiente de amortiguamiento con respecto al crítico ξ.
4. Establecer un valor de Δt apropiado.
5. Calcular la frecuencia angular del sistema a partir de la ecuación 27.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (25)$$

Donde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (26)

Por lo tanto $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (27)

6. Conociendo que la masa es 1, calcular la rigidez k a partir de la ecuación 26:

$$k = \omega^2 \quad (28)$$

7. Calcular la constante de amortiguamiento c (ecuación 29).

$$c = 2\,\xi\,\omega \quad (29)$$

8. Calcular B que se mantiene constante.
9. Para cada paso de tiempo
   9.1 Calcular A y Δ_u
   9.2 Determinar $\Delta_{\dot{u}}$ y $\Delta_{\ddot{u}}$
   9.3 Calcular con las ecuaciones 30, aceleración velocidad y desplazamiento para $t = t + \Delta t$

$$\ddot{u}_1 = \ddot{u} + \Delta_{\ddot{u}}$$

$$\dot{u}_1 = \dot{u} + \Delta_{\dot{u}}$$

$$u_1 = u + \Delta_u \quad (30)$$

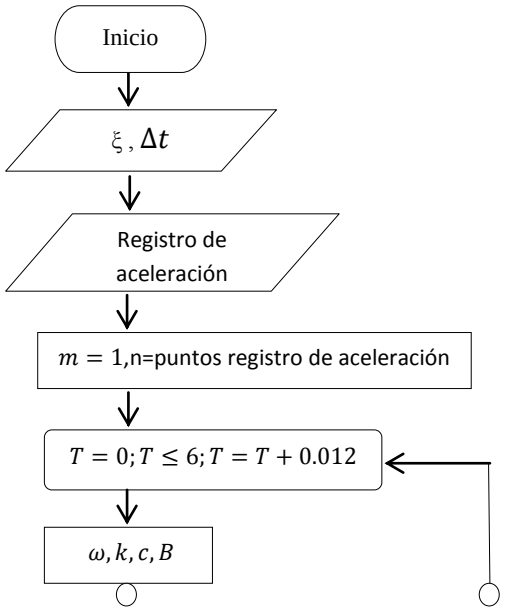
   9.4 Se prosigue al paso siguiente con $\ddot{u} = \ddot{u}_1$, $\dot{u} = \dot{u}_1$, $u = u_1$.

Cuando t=0 los valores de aceleración, velocidad y desplazamiento son cero ya que antes del sismo, la masa se encuentra en reposo.

Implementación computacional.

Para la implementación computacional se escogió el lenguaje de programación Java y el IDE (Integrated development environment) NetBeans 7.1.2. Java presenta grandes ventajas frente a otros lenguajes de programación ya que es un lenguaje multiplataforma, es decir, se ejecuta en la mayoría de sistemas operativos. Es un software de distribución libre, por lo cual no es necesario disponer de una licencia para poder comenzar a desarrollar aplicaciones, además es un lenguaje muy completo y poderoso. NetBeans es un entorno de desarrollo integrado libre y además una herramienta que permite a los programadores escribir, compilar, depurar y ejecutar programas, posibilitando así un mayor grado de atención en la lógica especifica de la aplicación.

El diagrama de flujo para el software desarrollado se presenta en la figura 4.



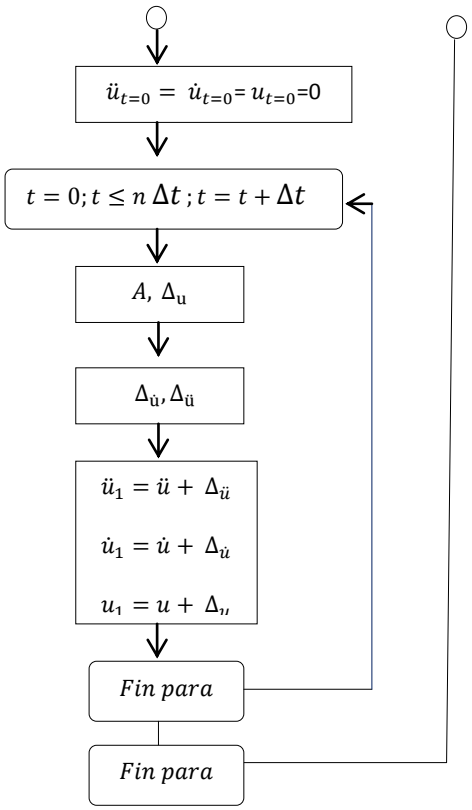


Figura 4. Diagrama de flujo

3. RESULTADOS.

En la figura 5 se muestra un ejemplo de un acelerograma obtenido a partir de un registro de aceleración en formato txt.

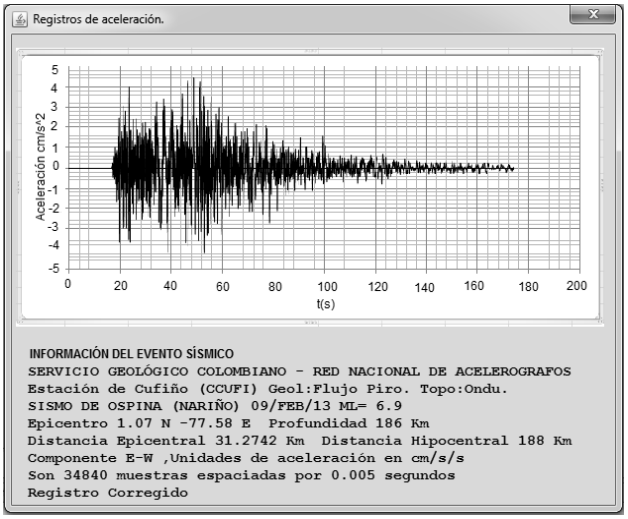


Figura 5. Acelerograma obtenido

En la figura 6 se muestra una imagen estática de la animación realizada al desplazamiento de un oscilador de un grado de libertad, sometido al anterior registro de aceleración.

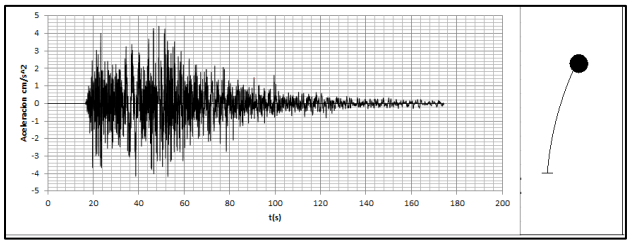
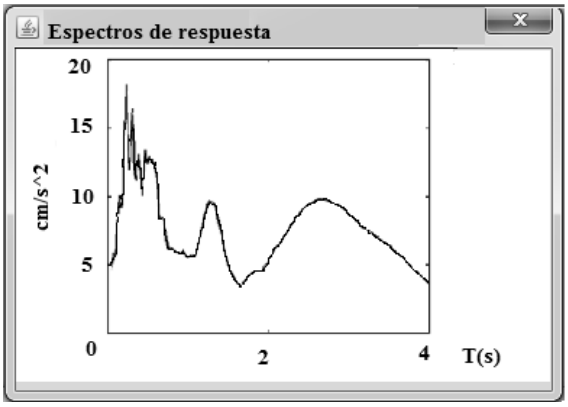


Figura 6. Animacion de la respuesta del oscilador

En la figura 7 se muestra el espectro de respuesta generado.



4. CONCLUSIONES.

El proceso de validación llevado a cabo en este trabajo permite concluir que el software desarrollado en este proyecto es una excelente herramienta tanto en el campo académico como profesional, ya que optimiza el tiempo empleado en el cálculo de los espectros elásticos de respuesta. Por otra parte, se convierte en una excelente herramienta educativa para el área de la dinámica estructural ya que permite de una manera sencilla concluir como cada una de las variables dinámicas afecta el comportamiento de sistemas elásticos de un grado de libertad.

La automatización de los procesos de análisis y diseño de estructuras permite que el Ingeniero pueda concentrarse en aspectos más relevantes, como garantizar la estabilidad y resistencia de las mismas.

La creación de software es un área que aporta significativamente al desarrollo de la Ingeniería estructural.

El software libre Java junto con su plataforma Netbeans son una poderosa herramienta para el desarrollo de software aplicados a la Ingeniería Civil.

5. BIBLIOGRAFIA.

[1] F. Crisafulli. E Villafañe, Guía de estudio Espectros de Respuesta y de Diseño, Argentina

[2] E Bazan. R Meli, Diseño Sísmico de Edificios, México, Editorial Limusa, 2004.

[3] C. Vallecilla. Fuerzas sísmicas principios y aplicaciones. Editorial Kimpres LTDA, 2003.

[4] L. García. Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, Colombia, Universidad de los Andes, 1998.