Análisis y Simulación de Modelos Económicos Complejos mediante el Enfoque de Dinámica de Sistemas

Giampaolo ORLANDONI-MERLI
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales - Universidad de Santander
Bucaramanga, Santander, Colombia

Josefa RAMONI-PERAZZI
Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables-Universidad de Santander
Bucaramanga, Santander, Colombia

RESUMEN

Los fenómenos socio-económicos se han ido conformando cada vez más en fenómenos altamente complejos, cuyo análisis y solución requiere de metodologías y herramientas también más complejas e innovadoras. Basándose en el modelo de caos de Lorenz, este trabajo estudia modelos económicos que generan comportamientos caóticos, utilizando como metodología de análisis la dinámica de sistemas, enfoque que permite representar, analizar y resolver las ecuaciones diferenciales no lineales que definen dichos modelos. Del mismo modo, se simulan diferentes trayectorias para las ecuaciones planteadas, haciendo cambios en las condiciones iniciales de las variables de estado, y se hace análisis de sensibilidad sobre los parámetros relevantes de los sistemas definidos. Además, este trabajo presenta una breve sinopsis de la metodología de dinámica de sistemas y simula este tipo de modelos complejos caóticos; para ello se construyen modelos de simulación que pueden generar trayectorias dinámicas para las variables de estado consideradas, usando software apropiado para tal fin, como Madonna y Powersim,

Palabras Claves: Modelos Económicos, Sistema Caótico de Lorenz, Dinámica de Sistemas.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas económicos dinámicos pueden modelarse mediante sistemas de ecuaciones diferenciales (ED), tanto lineales como no lineales. Esas ecuaciones pueden ser analizadas y resueltas analíticamente utilizando los métodos clásicos, aunque para sistemas complejos haya que recurrir a métodos numéricos apropiados. Por otra parte, la Dinámica de Sistemas (DS) permite modelar estos sistemas económicos utilizando un lenguaje de programación basado en íconos, que representan variables de estado o acumulación y variables de flujo. Este modelamiento ofrece la posibilidad de resolver dichas ecuaciones diferenciales por métodos numéricos tradicionales, además de simular los sistemas modelados, variando los parámetros que definen las ecuaciones del sistema, obteniéndose así los comportamientos dinámicos de las variables de estado involucradas en los análisis. Bajo este marco de referencia se formulan, analizan y simulan modelos que generan comportamientos caóticos, tales como el modelo de Lorenz, y además se presentan modelos similares en el campo de la economía que puedan generar tales trayectorias, como el modelo caótico urbano, interpretados y analizados con la metodología de dinámica de sistemas.

2. MÉTODOS

En este trabajo, mediante la metodología de DS se analizan modelos que pueden generar comportamientos caóticos. Se explica de qué manera la estructura de retroalimentación de un sistema genera su comportamiento dinámico. Para ello, se identifican y describen las fuerzas que surgen internamente en el sistema y que producen los cambios observados a lo largo del tiempo, explicando cómo se relacionan dichas fuerzas [1], [5]. La ciencia de la economía es una disciplina social de carácter lógico-empírico que describe, explica y predice fenómenos socioeconómicos planteando a través de teorías económicas, relaciones de causalidad entre variables relevantes, base para la construcción de modelos econométricos. Estas teorías sugieren relaciones funcionales que conforman dichos modelos, las variables que deben incluirse y los posibles signos de sus coeficientes; pero las teorías aportan poca información sobre formas funcionales y relaciones dinámicas entre las principales variables de los modelos. La metodología econométrica, en su acepción más general, se considera como el brazo operativo de los modelos teóricos económicos, siendo su propósito fundamental la estimación empírica de las relaciones económicas. Para ello ofrece especificaciones funcionales de las relaciones sugeridas por las teorías, incorporando el aspecto estocástico a través de perturbaciones aleatorias con determinadas distribuciones probabilísticas. En esencia, la econometría utiliza teorías e hipótesis económicas (modelos), hechos relevantes (datos) y técnicas estadísticas, para medir y probar relaciones entre variables económicas, proporcionando así contenido empírico al razonamiento económico.

Por otra parte, los sistemas socioeconómicos se caracterizan por ser sistemas abiertos, por el intercambio continuo de inputs y outputs con el medio ambiente; disipativos, ya que tienen varios mecanismos de aliviadero que amortiguan sus respuestas ante los flujos de entrada, liberando en el ambiente parte de los elementos que definen su estado dinámico. Además son sistemas con estructuras de retroacción (feedback) incorporadas, ya que los mecanismos de pérdida existen como consecuencia de esas estructuras de feedback negativo propias de los sistemas, y dispersan los efectos de los inputs para mantener los estados del sistema en sus niveles deseados. Finalmente se trata de sistemas no lineales, pues tienen límites físicos, sociales y sicológicos que restringen el comportamiento de sus individuos. Estos sistemas disipativos, no lineales y con estructuras de feedback presentan comportamientos cuya trayectoria temporal se caracteriza por movimientos oscilatorios auto mantenidos, con período y amplitud imprevisibles y no repetitivos: este comportamiento se conoce como comportamiento caótico. La teoría del caos está relacionada con la teoría de los sistemas auto-organizantes, sistemas no lineales, disipativos y con feedback, que generan estructuras con niveles crecientes de especialización, como son los sistemas socioeconómicos, cuya evolución se caracteriza por la aparición de situaciones inestables que hacen tender al sistema hacia niveles crecientes de complejidad [3].

Determinismo y Predicción

En el marco de los modelos econométricos el principio de causalidad puede formularse planteando que un fenómeno p1 es causa de un fenómeno p2, si la existencia de p2 siempre ocurre luego de que aparezca o cambie p1. Este planteamiento corresponde al principio clásico de causalidad mecánica (PCM); equivale a decir que si se conocen las condiciones iniciales, es posible aplicar reglas que en forma determinística permitan predecir el estado final de la trayectoria dinámica del fenómeno económico en estudio; de esta manera los eventos económicos se tratan en términos deterministas. La aplicación del PCM, incorporando al modelo la dimensión temporal, trae como consecuencia que, bajo condiciones iniciales dadas, los procesos se tornan auto-repetitivos, sin diferenciar el tiempo pasado y futuro (simetría temporal). El advenimiento de la teoría del caos, a través de la dinámica no lineal, surge como un alerta al principio de causalidad mecánica, al demostrar que la presencia de relaciones no lineales en los modelos, produce comportamientos que ya no son predecibles bajo condiciones específicas. Por lo tanto, ya no es suficiente conocer las condiciones iniciales para obtener siempre las mismas trayectorias y resultados finales, surgiendo entonces los resultados inesperados, la irreversibilidad y la imprevisión [4].

Representación y Solución de Modelos Económicos mediante Dinámica de Sistemas

La dinámica de sistemas es una metodología de análisis que estudia de qué manera la estructura de retroalimentación de un sistema genera su comportamiento dinámico; es decir, trata de describir las fuerzas que surgen internamente en el sistema analizado para generar los cambios que en él se producen a lo largo del tiempo, y de qué forma se interrelacionan dichas fuerzas [1]. La dinámica de sistemas construye modelos dinámicos para predecir efectos a largo plazo de decisiones alternativas: a) Observa el comportamiento del sistema real, identificando sus elementos fundamentales, b) Busca en el sistema las estructuras de retroalimentación que puedan explicar su comportamiento observado, c) Construye modelos matemáticos del comportamiento del sistema para poderlo simular en un computador, d) Valida, modifica y analiza el modelo, ante diferentes escenarios. Los análisis de dinámica de sistemas se caracterizan por estudiar el sistema en forma continua, considerándose así los eventos de manera agregada. La dinámica de sistemas se concentra en las tasas de cambio de las diferentes magnitudes o niveles que intervienen en el ecosistema estudiado.

Modelaje mediante Dinámica de Sistemas: El proceso de modelaje según el enfoque de dinámica de sistemas, se centra en la visión global (*global view*) del problema en estudio, progresando desde la conceptualización y llegando a los detalles de formulación de ecuaciones y pruebas del modelo. La esencia de la visión global se basa en dos supuestos interrelacionados: la búsqueda de objetivos del sistema (*goal-seeking*), y la estructura de retroalimentación del sistema (*feedback structure*). La búsqueda de objetivos requiere la existencia de la estructura de retroalimentación, que es un proceso circular, en el cual cualquier desviación de las condiciones actuales respecto de las condiciones deseadas estimula acciones para que tales condiciones regresen al estado deseado. Este punto de vista se denomina estructura interna de retroalimentación y conlleva la idea de que el comportamiento del sistema no es producto de impactos externos, sino de la forma como la estructura de retroalimentación del sistema procesa esos impactos [1], [4], [10].

Los aspectos principales del enfoque de dinámica de sistemas son: a) determinar los limites apropiados para decidir los elementos que se van a incluir en el sistema en estudio, b) pensar en términos de relaciones tipo causa-efecto y c) centrarse en las relaciones de retroalimentación entre los componentes del sistema. Una de las ideas fundamentales en el enfoque de dinámica de sistemas es considerar la estructura del sistema como una red causal de lazos de retroalimentación (*feedback loops*), que explica el comportamiento de los elementos del sistema a lo largo del tiempo.

Lazos de Retroalimentación en Dinámica de Sistemas: existen dos tipos de lazos de retroalimentación en DS: a) *Retroalimentación positiva*: si una magnitud comienza a crecer, se produce un efecto “bola de nieve”, es decir, esa magnitud sigue creciendo, generalmente, a una tasa más rápida. Un crecimiento exponencial se produce, por ejemplo, si al aumentar la población total, aumenta el número de nacimientos, esto produce un aumento mayor de la población y, a su vez, un aumento, aun mayor, en el número de nacimientos. b) *Retroalimentación negativa*: los lazos de RN tienden a mantener el sistema bajo control, produciendo comportamientos estables debido al principio de autorregulación. El equilibrio en un lazo negativo es estable: el sistema tiende al equilibrio luego de producirse perturbaciones. Por ejemplo, el aumento en la población total trae como consecuencia un incremento de la mortalidad; esto lleva a una disminución en el nivel de la población, que, con cierto retardo produce una disminución en la mortalidad. Esto se traduce en un posterior aumento poblacional, que lleva a un nuevo aumento en la mortalidad.

Componentes Básicos de un Sistema según el Enfoque de Dinámica de Sistemas: los modelos de DS se componen básicamente de variables y ecuaciones de nivel y de flujo: a) *Variables de nivel o de estado*. Los niveles representan la acumulación de recursos en el sistema a lo largo del tiempo, como resultado de la diferencia acumulada entre los flujos de entrada y los de salida para dicho nivel. Representan el estado del sistema en un momento dado. b) *Variables de flujo*. Estas representan el flujo de material o energía desde o hacia un cierto nivel, determinando los cambios en dichas variables por unidad de tiempo. c) *Ecuaciones de nivel.* Son las ecuaciones integrales del sistema; relacionan una magnitud en el tiempo **t** con su valor en el periodo anterior (t-1), y con su tasa de cambio, en el intervalo de cálculo dt. La expresión general es $\boldsymbol{Nivel_t = Nivel_{t-1} + dt\ Tasa_{(t-1;t)}}$. Para el ejemplo del crecimiento poblacional la ecuación se expresa: $\boldsymbol{Pob_t = Pob_{t-1} + dt(Nat - Mort)_{(t-1;\ t)}}$. **d)** *Ecuaciones de flujo*. Determinan el comportamiento del sistema y representan la tasa de variación de las variables nivel en cada unidad de tiempo [1], [4], [10].

Sistemas Dinámicos Caóticos

La posibilidad de comportamiento caótico requiere como condición esencial que el fenómeno dinámico en estudio esté representado por ecuaciones *no lineales*. Un patrón caótico se define como un patrón de comportamiento determinista que no puede diferenciarse de un proceso aleatorio, o de un proceso que ha sido modificado por shocks aleatorios, caracterizándose por fluctuaciones no repetitivas e imprevisibles. Muestra una extrema sensibilidad ante cambios en los valores de los parámetros del sistema que representa; se caracteriza por un infinito número de equilibrios, aproximados por ciclos de diferentes periodicidades, cuya presencia simultánea hace que una serie determinística tenga apariencia aleatoria. El régimen caótico se caracteriza por las siguientes propiedades: **a)**pseudo-aleatoriedad: una trayectoria (serie temporal) generada por un modelo determinista en régimen caótico, presenta un comportamiento estadístico similar al de un proceso aleatorio. Las pruebas estadísticas tradicionales (correlogramas, pruebas espectrales) son incapaces de distinguir los resultados de ambos procesos; b) sensibilidad extrema del sistema ante cambios en sus condiciones iniciales o en los valores de sus parámetros, pudiendo el sistema amplificar pequeñas perturbaciones en efectos macroscópicos; **c)**cambio abrupto del comportamiento cualitativo de la trayectoria caótica: la serie temporal generada por un sistema en régimen caótico puede mostrar patrones regulares de comportamiento durante un periodo prolongado y, súbitamente puede presentarse un nuevo patrón, que también puede desaparecer de improviso [4].

Modelos caóticos

Los sistemas no lineales con feedback pueden experimentar cambios cualitativos abruptos en su comportamiento, auto-organización y transición hacia el caos. Uno de los procesos más conocidos de transición al caos consiste en someter el sistema a una serie de bifurcaciones en sus trayectorias (cascada de Feigenbaum); cuando el sistema se bifurca, experimenta un cambio cualitativo brusco en su comportamiento, lo que lleva a que el atractor que define su evolución estacionaria se vuelva inestable, cambiando a un nuevo atractor en el diagrama de fases (un atractor es un conjunto de puntos en un diagrama de fase de un sistema dinámico, que define su movimiento en estado estacionario; puede clasificarse en una de las cuatro siguientes formas geométricas: punto, curva cerrada, toro, caos). A continuación se modelan mediante dinámica de sistemas algunas ecuaciones no lineales que generan comportamientos caóticos, comenzando con la ecuación logística y finalizando con una aplicación de la estructura caótica de Lorenz.

Ecuación Logística: entre las funciones no lineales más simples se encuentra la función logística [Ec.1]. Un ejemplo clásico es el modelo de crecimiento poblacional, caracterizado por el hecho de que los organismos muestran tasas de crecimiento potencial elevadas, que se refleja en dinámicas caracterizadas por feedback positivo en sus etapas tempranas de crecimiento (crecimiento exponencial); una población en el período t+1, con una tasa neta de crecimiento k, (tasa de natalidad menos tasa de mortalidad), se define proporcional al nivel de población en t, y a la capacidad ambiental de sustentar dicha población (feedback negativo). La función de la ecuación logística está definida como una ecuación en diferencias finitas no lineal de primer orden en el intervalo [0;1] dada por

$$Y_{t+1}=f(Y_t)= k\ Y_t(1-Y_t),\ \ 0<k<4 \qquad (1)$$

Su comportamiento caótico surge cuando el grafico de f(*****) toma forma de cúpula y cruza la línea de 45 grados (locus de los puntos de equilibrio $Y_t = Y_{t+1}$) en el punto en que f'(*****)<0 [2]. El sistema experimenta una serie de bifurcaciones (duplicación del periodo); cuando el sistema se bifurca, sufre un cambio cualitativo abrupto en su comportamiento. En función del diagrama de fase, el atractor que define su evolución estacionaria se torna inestable y el sistema cambia a un nuevo atractor. La duplicación de periodos continúa hasta que el sistema llega al régimen caótico donde el periodo de oscilación es infinito. En términos de las estructuras de feedback del modelo dinámico, las bifurcaciones que sufre el sistema se deben a cambios súbitos en alguno de sus objetivos; estos cambios ocurren en los puntos de equilibrio como resultado de modificaciones en la polaridad de los lazos de retroalimentación [6]. Para efectos del análisis con modelos de DS, se utiliza la versión continua de la ecuación logística [Ec. 2], definiendo la variación de la población como ecuación diferencial no lineal de primer orden [2], [5].

$$dN/dt = k\ N_{(t)}\ (1- N_{(t)}) \qquad (2)$$

La Figura 1 muestra la evolución temporal de la población a lo largo del tiempo, para una tasa de crecimiento k=3,0. El correspondiente diagrama de fases muestra la típica cúpula de la ecuación logística.

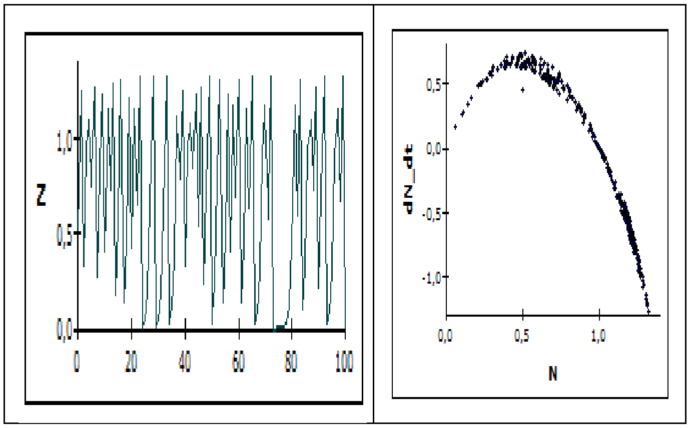


Figura 1. Ecuación Logística. Senda caótica para k=3,0. (El eje de abscisas representa el tiempo t=1,...,100) y diagrama de fases.

La Figura 2 muestra el gráfico de las bifurcaciones del sistema, resultado de la programación del modelo usando el software Powersim [8]; se construye relacionando el valor de N en equilibrio para diferentes valores del parámetro de crecimiento poblacional k. Para valores pequeños del parámetro se genera una línea; luego del primer punto crítico, aparece la bifurcación y surgen dos poblaciones: la línea se divide en dos partes, generando una horquilla. A medida que el parámetro aumenta en valor, se generan nuevas bifurcaciones. A partir de cierto punto, la periodicidad da paso al caos, fluctuaciones que nunca cesan. La conclusión del análisis de una población gobernada por esas ecuaciones no lineales indica que sus variaciones son aleatorias y no pueden ser pronosticadas, a pesar de que los resultados provienen de un sistema totalmente determinista.

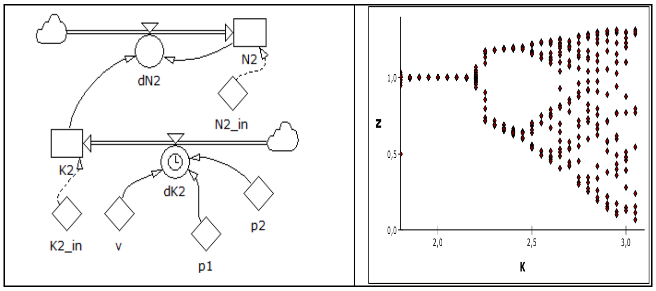


Figura 2. Bifurcación de la Ecuación Logística. Modelado con Dinámica de Sistemas (Powersim)

Modelo de Caos de Lorenz: el atractor de Lorenz, concepto introducido por el meteorólogo Edward Lorenz en 1963, constituye un sistema dinámico determinista no lineal tridimensional que permite modelar el comportamiento meteorológico de una manera simple, conformado por tres ecuaciones diferenciales [Ec.3, Ec.4, Ec.5] con dos no linealidades (x.y; x.z), cumpliendo este sistema con las condiciones para que el comportamiento caótico aparezca en sus variables de estado o variables de nivel [7]. El modelo se define con tres variables de nivel (flujo convectivo, diferencia de temperatura horizontal y diferencia de temperatura vertical), que dependen de sus respectivos flujos (variación de flujo convectivo, variación de temperatura horizontal y variación de temperatura vertical), y de tres parámetros adimensionales: el número de Prandtl (σ), que establece una relación entre la viscosidad y la conductividad térmica del fluido; el número de Rayleigh (ρ), que cuantifica la transmisión de calor en una capa de fluido a través de la radiación térmica interna, y la altura (β), que representa el espesor de la capa que se está estudiando.

$$\dot{x} = -\sigma (x + y) \qquad (3)$$
$$\dot{y} = -x\,y + \rho\,x - y \qquad (4)$$
$$\dot{z} = x\,y - \beta\,z \qquad (5)$$

Este sistema, utilizando la simbología de variables de nivel y variables de flujo de la DS, puede representarse gráficamente como lo muestra el diagrama de la Figura 3, mediante el software Madonna [9].

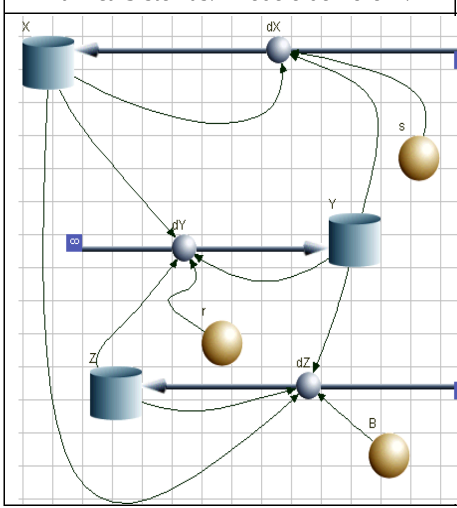
Dinámica Sistemas. Modelo de Lorenz.	Código DS
	{Reservoirs} d/dt (Y) = + dY INIT Y = 0.5 d/dt (X) = + dX INIT X = 1 d/dt (Z) = + dZ INIT Z = 0.1 {Flows} dY = X*(r - Z) -Y dX = s*(Y - X) dZ = X*Y - B*Z r = 28 s = 10 B = 2.67

Figura 3. Sistema Caótico de Lorenz. Modelado con Dinámica de Sistemas (Madonna)

La simulación mediante DS del sistema definido, para los valores especificados de los parámetros (sigma=10, rho=28, beta=2,67; x_init=1; y_init=0,5; z_init=0,1; delta_t=0,0125; RK4_variable step) genera las gráficas del efecto mariposa que se muestran en el espacio de fases de la figura 4, donde cada punto representa un posible estado del sistema. El resultado de los experimentos muestra que las proyecciones de las trayectorias de solución de los sistemas dinámicos siguieron dos espirales alrededor de dos estados estacionarios en diferentes superficies, por lo que es posible que la trayectoria pase de una espiral a otra sin cruzarse [7].

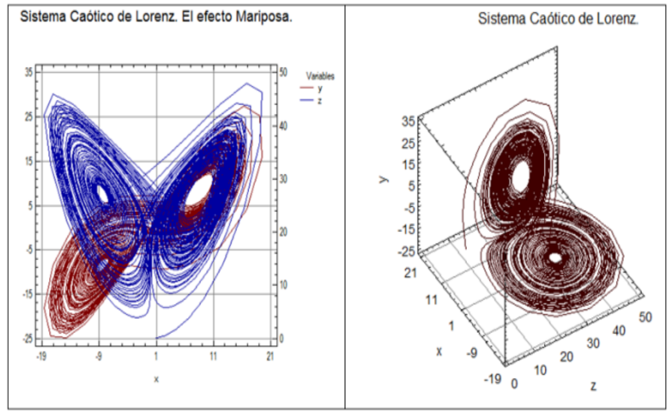


Figura 4. Sistema Caótico de Lorenz. El Efecto Mariposa.

Modelo de Caos de Dinámica Económica: tomando como referencia un modelo de interacción espacial y dinámica urbana [3], se formulan tres ecuaciones similares a las ecuaciones del modelo Lorenz, que ilustran la evolución de una región hipotética caracterizada durante una cierta fase de su ciclo por un declive estructural, que produce un impulso negativo permanente hacia la extinción de dicha zona. Las tres variables del modelo dinámico son el tamaño de la ciudad (medido en número de habitantes), potencial de empleo (medido como de tasa de empleo, es decir, la proporción de población activa en la población total), y atracción urbana (medido como tasa de inmigración). Las dos últimas variables pueden ejercer un efecto negativo sobre el crecimiento de la zona en caso de desempleo o de repulsión urbana, respectivamente.

La primera ecuación [Ec.6] se basa en que la tasa de crecimiento (σ_2) de la población en una zona en declive es negativa, aunque un aumento de la tasa de empleo, al aumentar su tasa de crecimiento a través del parámetro (σ_1), puede compensar esa caída. El mismo tipo de relación se plantea para el crecimiento urbano, donde la tasa de variación de la tasa de inmigración es función del potencial de empleo y de la tasa de inmigración, cuya tasa de crecimiento es β1. Se asume que la tasa de crecimiento del empleo (ce) se correlaciona positivamente (a través del parámetro β2) con las economías de aglomeración que puedan surgir del tamaño de la zona en estudio, generándose la tercera ecuación del sistema [Ec 8]. La segunda ecuación [Ec. 7] establece que el potencial de empleo de una zona en declive tiene una tasa de crecimiento negativa (δ1), que puede ser reforzada por una tasa de inmigración negativa (ci), que también puede afectarse positivamente por un aumento del tamaño de la ciudad a través del parámetro δ3. El parámetro ci se asume positivamente correlacionado con el tamaño de la zona a través del parámetro δ2.

$$\dot{x} = -\sigma_1 x + \sigma_2 y \tag{6}$$
$$\dot{y} = \delta_3 x - \delta_2 x z - \delta_1 y \tag{7}$$
$$\dot{z} = \beta_2 x y - \beta_1 z \tag{8}$$

Como se observa, las tres ecuaciones son esencialmente las ecuaciones del modelo de caos de Lorenz modificadas con siete parámetros. Con base en este modelo dinámico, definido por tres ecuaciones diferenciales no lineales que relacionan el tamaño de una zona económica, su tasa de empleo y la tasa de inmigración a la zona, se diseña un modelo de DS para analizar las posibilidades de evolución urbana, mediante simulaciones que dependen de diversos valores de los siete parámetros que definen el modelo y de las condiciones iniciales de las variables de estado (ver Tabla 1 y Tabla 2). La Tabla 1 proporciona valores iniciales para las tres variables de estado en cada uno de los cuatro experimentos de simulación realizados.

Variables	E1	E2	E3	E4
NHB_x	100	10	100	100
TEM_y	0,5	0,5	0,5	0,5
TIN_z	0,1	0,1	0,1	0,1

Tabla 1. Variables de Estado y Condiciones Iniciales del Modelo Económico de Dinámica Caótica

La Tabla 2 proporciona valores para los siete parámetros y en cada uno de los cuatro experimentos de simulación realizados.

Parámetros	E1	E2	E3	E4
b1	0,010	0,010	0,010	0,001
b2	0.001	0.005	0.005	0.001
d1	0.100	0.100	0.100	0.010
d2	0,005	0,005	0,010	0,010
d3	0,001	0,001	0,010	0,026
s1	0,100	0,100	0,100	0,100
s2	0,001	0,001	0,010	0,015

Tabla 2. Parámetros del Modelo Económico de Dinámica Caótica para los cuatro experimentos.

3. RESULTADOS

A efectos de analizar las posibles trayectorias caóticas generadas por el modelo descrito, se realizaron cuatro experimentos definidos en las Tabla 1 y Tabla 2, programados según el enfoque de DS, diagrama ilustrado en la Figura 5. Los resultados gráficos se muestran en la Figura 6. A continuación se da una breve explicación de los experimentos realizados y algunos de sus resultados.

- <u>Experimento E1</u>. Se muestra un movimiento de declinación moderada, sin oscilaciones. Disminución gradual de la Población (curva azul), un patrón decreciente para la tasa de Empleo (curva verde), mientras que la tasa de Inmigración (curva roja) muestra un patrón de crecimiento; luego que la tasa de empleo alcanza su mínimo, la tasa de inmigración también muestra una ligera disminución.
- <u>Experimento E2</u>. Se modifica β2=0.005 y el valor inicial de la población=10. Se generan patrones decrecientes para las tres variables.
- <u>Experimento E3</u>. Los parámetros δ2 y δ3 aumentan a 0.01, y la población inicial regresa al valor de 100. La simulación genera patrones oscilantes decrecientes para las TEM y TIN, mientras que la población decrece sostenidamente.
- <u>Experimento E4</u>. Se incrementan los parámetros δ3=0.026 y σ2=0.015. De esta manera se obtienen movimientos oscilantes decrecientes de las tasas empleo e inmigración, y un patrón caótico de decrecimiento poblacional causado por efecto de cambio de valores de los parámetros.

La Figura 5 muestra el diagrama de DS del modelo que representa la relación entre las tres variables de nivel y sus correspondientes variables de flujo y las interrelaciones entre ellas, junto con los parámetros descritos previamente, usando el software Madonna.

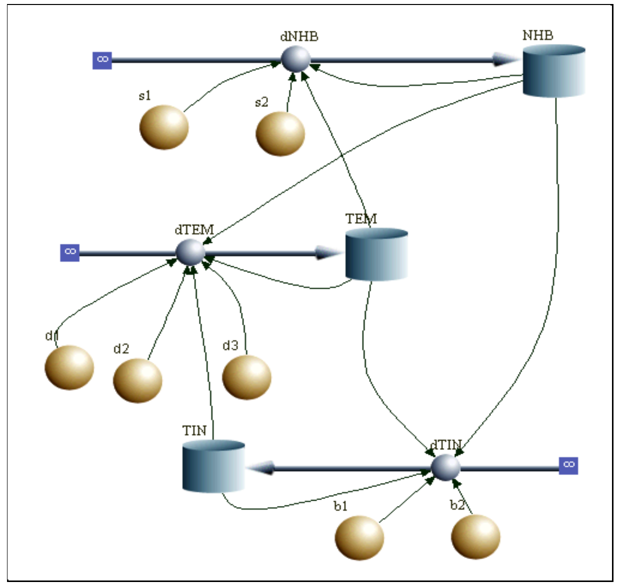
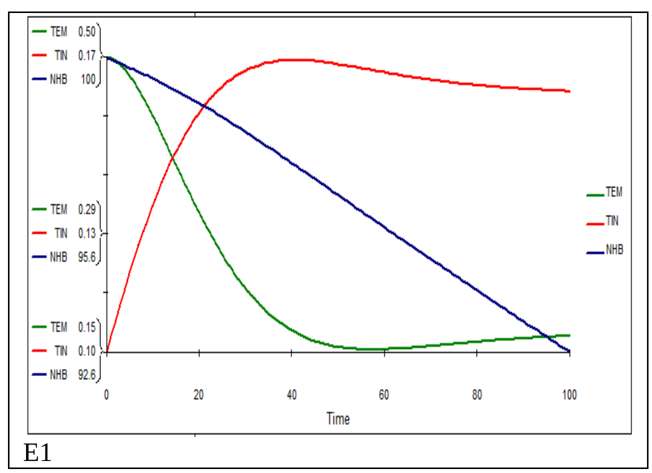


Figura 5. Modelo Económico de Dinámica Caótica en Dinámica de Sistemas (Madonna)

Las gráficas de la Figura 6 muestran los resultados de los cuatro experimentos realizados con el modelo de dinámica urbana representado en la Figura 5, programado en DS con el código Madonna.



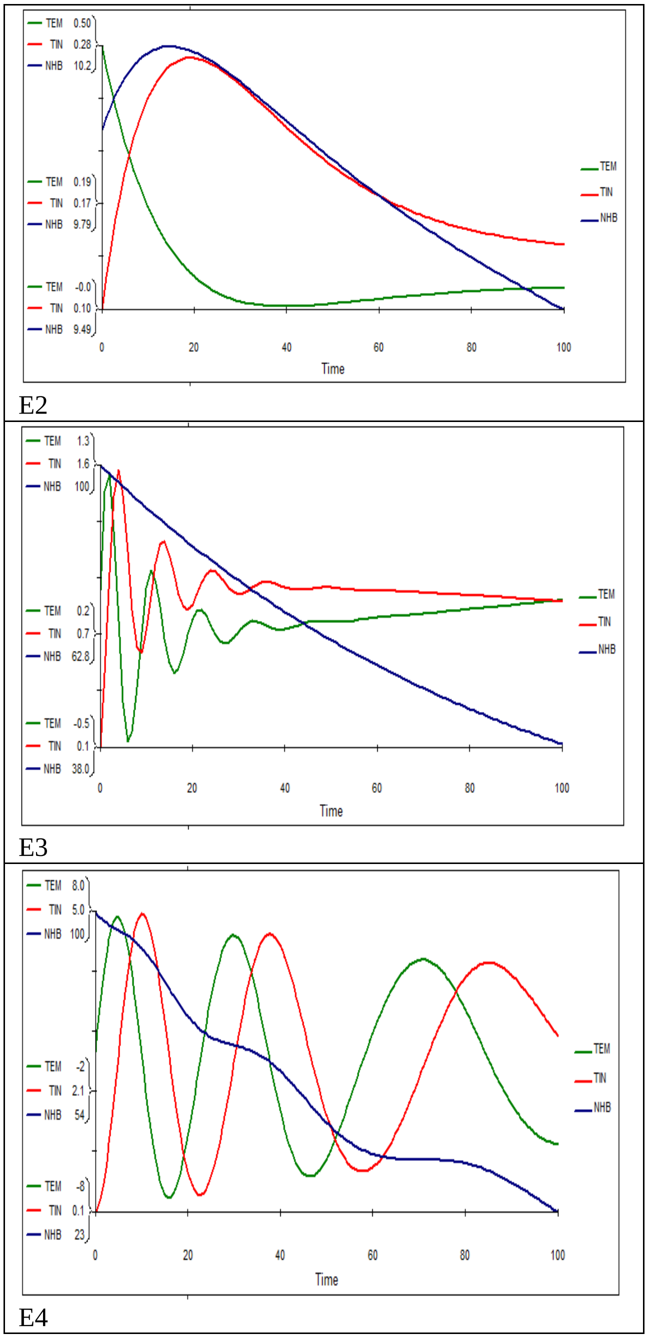


Figura 6. Modelo Económico de Dinámica Caótica. Gráficas de cuatro experimentos de simulación (E1,E2,E3,E4)

4. CONCLUSIONES

En esencia, el fenómeno del caos puede caracterizarse por presentar un comportamiento aperiódico, generado por sistemas deterministas, muy sensibles a las condiciones iniciales de las ecuaciones diferenciales no lineales que los definen. La teoría del caos produjo un impacto significativo en la idea de determinismo, implícita en la física y en la economía clásicas, mostrando que los sistemas dinámicos pueden generar resultados tan complejos que combinan las características de determinismo e imprevisión, consideradas hasta ahora conceptualmente antagónicas: el análisis exacto y determinista para sistemas simples y el análisis estocástico para sistemas complejos, en los cuales el ambiente experimental es difícil de controlar.

La teoría del caos ha separado determinismo y predicción, al demostrar que sistemas simples que siguen reglas deterministas de comportamiento, pueden producir resultados con patrones no reproducibles, que no pueden diferenciarse de fenómenos aleatorios. Así, en situaciones caóticas, la predicción se hace difícil y sus dos herramientas básicas, la estimación de modelos estructurales y la extrapolación, se hacen cuestionables pues un simple error numérico de estimación puede cambiar el carácter cualitativo de la predicción. Estas consideraciones imponen un límite a la utilidad de los modelos econométricos y sus predicciones como base de la política económica, especialmente para fenómenos que no pueden ser correctamente modelados a través de relaciones lineales.

En conclusión, para fenómenos simples y de corto plazo, los modelos econométricos lineales, como base de política económica, son apropiados; mientras que los modelos no lineales y de largo plazo requieren enfoques diferentes para sus análisis, pues sus resultados son sensibles a las condiciones iniciales y a los valores de sus parámetros, considerando que para determinados valores surgen situaciones de comportamiento caótico, que no son predecibles por los tradicionales modelos lineales.

5. REFERENCIAS

[1] I. Forrester. Principle of Systems, Lexington, Mass. USA, 1961.

[2] R.M. May. "Simple Mathematical Models with very Complicated Dynamics", Nature, No. 261,1976, pp. 459-467.

[3] P. Nijkamp and A. Reggiani. Interaction, Evolution and Chaos in Space, Springer-Verlag, 1992.

[4] H.W. Lorenz. Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion. 2nd Ed. Springer-Verlag, 1993.

[5] G. Orlandoni. "Análisis Dinámico de Poblaciones Biológicas mediante Dinámica de Sistemas", Revista Economía, No. 13, 1997, pp. 115-146.

[6] G. Richardson. Loop Polarity, Loop Dominance and the Concept of Dominant Polarity. System Dynamics Review, Wiley and Sons, Vol. 11, No. 1, 1995.

[7] E. N. Lorenz. The Essence of Chaos. The University of Washington Press, 1995.

[8] Powersim, Powersim Studio 10. 2017.

[9] R. Macey y G. Oster, Berkeley Madonna, University of Berkeley, 2017.

[10] G. Orlandoni y J. Ramoni. Ecuaciones Diferenciales de la Física Clásica. Interpretación y Solución mediante Dinámica de Sistemas. Revista UIS Ingenierías, Vol.17, No.1, 2018.

Nota: Este trabajo se enmarca en la línea de investigación de Matemática y Física (CIBAS) y en la sub-línea de Métodos Cuantitativos (CIEMPIES) de la UDES.